

Narodowe Centrum Badań Jądrowych
w Otwocku
Zakład Astrofizyki
Pracownia Fizyki Promieniowania
Kosmicznego w Łodzi

Zbigniew Plebaniak

Badanie wpływu parametrów modeli
oddziaływań wielkich energii na rozwój WPA
i możliwości pomiarowe
eksperymentu JEM-EUSO

Rozprawa doktorska
napisana pod kierunkiem
prof. dra hab.
Tadeusza Wibiga

Łódź 2018

*Składam serdeczne podziękowania
Panu Doktorowi Jackowi Szabelskiemu
za okazaną życzliwość
oraz wsparcie w ciągu całego okresu pracy w NCBJ*

Spis treści

Streszczenie	3
Abstract	5
Wstęp	7
Rozdział 1. Promieniowanie Kosmiczne	11
1.1. Widmo promieniowania kosmicznego	11
1.2. Skład i pochodzenie	12
1.3. Dotychczasowe eksperymenty mające na celu pomiar promieniowa- nia kosmicznego najwyższych energii	14
Rozdział 2. Zjawisko Wielkiego Pęku Atmosferycznego	17
2.1. Struktura WPA	17
2.2. Symulacje WPA za pomocą programów komputerowych	18
Rozdział 3. Eksperyment JEM-EUSO	21
3.1. Cele naukowe eksperymentu JEM-EUSO	22
3.2. Budowa eksperymentu i metoda pomiaru	23
3.3. Dotychczasowe i planowane eksperymenty EUSO oraz ich potencjalny wpływ na modelowanie rozwoju WPA	25
Rozdział 4. Modele produkcji cząstek oraz ich parametry	29
4.1. Najważniejsze parametry modeli oddziaływań wysokich energii	29
4.1.1. Krotność produkcji	29
4.1.2. Rozkłady pseudopośpieszności i problem cząstki wiodącej	31
4.1.3. Inne parametry modeli oddziaływań wysokich energii	32
4.2. Modele oddziaływań wysokich energii użyte w symulacjach	33
Rozdział 5. Przekrój czynny p-p, p-jądro i jądro-jądro	35
5.1. Model optyczny protonu	36
5.2. Wyniki dopasowań i ekstrapolacja przekrojów czynnych dla najwyższych energii	40
5.3. Model optyczny dla zderzeń p-jądro i jądro-jądro	51
5.3.1. Rozpraszanie proton-jądro w teorii Glaubera	52

5.3.2. Rozpraszanie jądro-jądro w teorii Glaubera	54
5.3.3. Przybliżone metody obliczania jądrowych przekrojów czynnych	55
5.4. Wyniki przekrojów czynnych dla jąder promieniowania kosmicznego z jądrami powietrza dla najwyższych energii	57
Rozdział 6. Rozkłady podłużne liczby cząstek naładowanych w pęku	63
6.1. Wpływ przekroju czynnego na maksimum rozwoju pęku oraz wyznaczanie składu masowego	65
6.2. Wyniki symulacji rozwoju WPA z obliczonymi przekrojami czynnymi	66
6.3. EPOS-LHC	67
6.4. QGSJETII-04	68
6.5. Sibyll 2.3c	69
Rozdział 7. Oszacowania czułości eksperymentu JEM-EUSO na wybrane parametry modeli oddziaływań wielkich energii	71
Rozdział 8. Podsumowanie	75
Dodatek A. Przekroje czynne w optycznym modelu rozpraszania	77
Dodatek B. Wyniki dopasowań rozkładów materii hadronowej w protonie do różniczkowych elastycznych przekrojów czynnych .	87
B.1. Niskie energie zderzeń pp w laboratorium Fermilab	88
B.2. Pomiary dla zderzeń pp w laboratorium CERN przy $\sqrt{s}$ od 23.5 GeV do 62.5 GeV – eksperyment Intersecting Storage Ring (ISR) .	88
B.3. Eksperyment Super Proton Synchrotron (SPS) w laboratorium CERN.	91
B.4. Eksperyment Tevatron w laboratorium Fermilab	92
B.5. LHC - Wielki Zderzacz Hadronów. Eksperymenty TOTEM i ATLAS	93
Dodatek C. Rozpraszanie na czarnym dysku	95
Dodatek D. Wyniki symulacji pozycji X_{max} w programie CORSIKA	97
D.1. EPOS-LHC	98
D.2. QGSJETII-04	99
D.3. Sibyll 2.3c	100
Spis rysunków	101
Spis tabel	105
Bibliografia	107

Streszczenie

Celem badań zawartych w niniejszej rozprawie było przedyskutowanie wpływu wybranych parametrów oddziaływań wysokich energii na rozwój wielkiego pęku atmosferycznego (WPA) oraz wykazanie potencjalnej użyteczności wyników uzyskanych przez eksperyment JEM-EUSO do opisu oddziaływań promieniowania kosmicznego z atmosferą. W pracy dyskutowanych jest kilka najważniejszych parametrów modeli oddziaływań wysokich energii przy czym szczególna uwaga poświęcona została nieelastycznemu przekrojo-
wi czynnemu na oddziaływanie jąder promieniowania kosmicznego jądrami atmosfery ziemskiej. Omówiony został przygotowany w ramach pracy doktorskiej model optyczny rozpraszania jąder oparty na danych dotyczących elastycznych rozpraszania protonów w eksperymentach akceleratorowych. Na jego podstawie wykonano ekstrapolację jądrowych przekrojów czynnych do energii promieniowania kosmicznego, a następnie użyto obliczonych przekrojów jako parametru w symulacjach rozwoju WPA za pomocą programu CORSIKA. Uzyskane wyniki posłużyły do analizy składu masowego na podstawie danych z eksperymentów Telescope Array i Pierre Auger Observatory. Przedyskutowano uzyskane wyniki i różnice wynikające z zastosowanej ekstrapolacji przekrojów nieelastycznych. Dyskusja dotyczyła również wykorzystania danych, które będą w przyszłości zbierane przez eksperyment JEM-EUSO w modelowaniu oddziaływań wysokich energii.

Abstract

The objective of the work presented in this PhD thesis was analysis of the role of selected parameters of high energy particle interaction on the development of a Atmospheric Extensive Air Shower (EAS). The practical problem of how we could use results of JEM-EUSO measurements for description of Ultra High Energy Cosmic Ray (UHECR) interaction is discussed, too. Several important UHECR interaction model parameters are discussed, and particularly this work is focused at the description of inelastic cross section for nucleus interaction with atmospheric nuclei. The optical model approach based on elastic scattering obtained from accelerator data was developed and discussed in this PhD thesis. Properties of that model were used in extrapolation of nuclear cross section to the very high energies of the Cosmic Rays. These extrapolations were implemented in CORSIKA code and used for simulations of EAS development. Results of simulations were discussed with respect to primary Cosmic Ray mass analysis which might be obtained from the Telescope Array and the Pierre Auger Observatory data. The discussion of use of future data from JEM-EUSO for verification and modeling ultra high energy interaction models was discussed.

Wstęp

Istnienie promieniowania kosmicznego (PK) zostało potwierdzone przez austriackiego fizyka, Viktora Hessa, w roku 1912 na podstawie danych zebranych podczas serii lotów balonowych [1]. Ponad sto lat badań nad jego naturą przyniosło odpowiedzi na wiele pytań nurtujących naukowców. Zaskakujące było na przykład odkrycie załamania w widmie świadczących o procesach fizycznych biorących udział w jego powstawaniu. Chęć dokładniejszego poznania zjawiska promieniowania kosmicznego przyniosła rozwój metod badawczych różnego typu. Obserwacje prowadzone były zarówno na ziemi – z czasem doprowadzając do budowy ogromnych obserwatoriów o powierzchniach sięgających setek, a nawet tysięcy kilometrów kwadratowych – jak i w przestrzeni kosmicznej – przez specjalnie zbudowane do tego celu satelitarne spektrometry czy kalorymetry. Pomimo tak dużego wysiłku wiele pytań dotyczących promieniowania kosmicznego wciąż pozostaje otwartych. Z czasem, kiedy obserwowano cząstki o coraz wyższych energiach, zdano sobie sprawę z tego, że dokładne wyjaśnienie mechanizmów powodujących istnienie promieniowania kosmicznego może mieć kluczowe znaczenie dla pełniejszego zrozumienia przyrody. Wszak cząstki o najwyższych obserwowanych energiach muszą powstawać w najbardziej energetycznych procesach zachodzących we Wszechświecie. Współczesna nauka nie jest w stanie odpowiedzieć na pytania dotyczące pochodzenia oraz składu promieniowania kosmicznego najwyższych energii. Wiele kwestii mogą wyjaśnić obserwatoria promieniowania kosmicznego oparte na nowatorskich metodach pomiarowych jak na przykład eksperyment JEM-EUSO – planowany detektor promieniowania kosmicznego, który będzie mógł zarejestrować o wiele więcej wysokoenergetycznych przypadków niż dotychczas funkcjonujące obserwatoria. Wnioskowanie na temat docierających do Ziemi typów cząstek obarczone jest dużą niepewnością pochodzącą z założeń modelowych. Dzieje się tak dlatego, że dostępne dane dotyczą bardzo skomplikowanego procesu oddziaływania promieniowania kosmicznego z atmosferą Ziemi. Ich interpretacja wymaga

budowy modeli oddziaływań wysokich energii, których parametry nie są znane i muszą być ekstrapolowane z energii niższych. Praca ta jest poświęcona dyskusji na temat wybranych parametrów ze skupieniem szczególnej uwagi na nieelastycznym przekroju czynnym. W rozprawie wykazywane są różnice w interpretacji pomiarów promieniowania kosmicznego w oparciu o zaproponowany fenomenologiczny opis nieelastycznego przekroju czynnego. Przeprowadzona jest również dyskusja na temat ewentualnego wpływu misji JEM-EUSO na modelowanie oddziaływań hadronowych przy energiach obserwowanych w promieniowaniu kosmicznym. Praca zorganizowana jest w następujący sposób: Rozdział 1. poświęcony został ogólnej charakterystyce promieniowania kosmicznego. Dyskutowane jest widmo promieniowania kosmicznego oraz problemy związane ze składem i pochodzeniem. W tym rozdziale zawarty został również przegląd najważniejszych eksperymentów dotyczących promieniowania kosmicznego, co jest istotne w kontekście ich porównania z planowanym eksperymentem JEM-EUSO.

Rozdział 2. dotyczy zjawiska wielkiego pęku atmosferycznego (WPA). Opisane są w nim najważniejsze parametry WPA oraz użyteczność tego zjawiska w badaniach promieniowania kosmicznego.

Rozdział 3. to charakterystyka eksperymentu JEM-EUSO. Oprócz celów naukowych i parametrów głównego przedsięwzięcia JEM-EUSO dyskutowane są również inne, mniejsze eksperymenty, wchodzące w skład programu naukowego JEM-EUSO.

Rozdział 4. poświęcony został dyskusji na temat głównych problemów w modelowaniu oddziaływań najwyższych energii. Dyskutowane są tutaj najważniejsze parametry modeli produkcji cząstek przy energiach zderzeń osiągniętych przez promienie kosmiczne, związane z nimi problemy oraz potencjalne kierunki ich rozwiązywania.

Rozdział 5. stanowi główną część pracy. Dyskutowany jest w nim zaproponowany model optyczny ekstrapolacji przekroju czynnego na oddziaływania proton-proton, proton-jądro i jądro-jądro do najwyższych energii. W tej części zawarty jest szczegółowy opis prezentowanego modelu, wyniki zgodności z danymi eksperymentalnymi i w końcu wyniki ekstrapolacji przekrojów czynnych do najwyższych energii.

Rozdział 6. zawiera opis wyników symulacji rozwoju WPA przy zastosowaniu trzech wybranych modeli oddziaływań wysokich energii, w których zastosowano wartości przekrojów czynnych obliczonych w niniejszej pracy. Dalsza część rozdziału poświęcona jest dyskusji różnic w interpretacji składu masowego promieniowania kosmicznego określonego przy użyciu oryginalnie

zawartych w modelach oddziaływań przekrojów oraz przekrojów obliczonych w tej pracy.

Rozdział 7. przyjął formę dyskusji na temat czułości eksperymentu JEM-EUSO na omawiane parametry modeli oddziaływań.

Rozdział 8. stanowi podsumowanie pracy i zawiera końcowe wnioski.

Rozdział 1

Promieniowanie Kosmiczne

Przez promieniowanie kosmiczne rozumie się wysokoenergetyczne cząstki docierające do Ziemi z przestrzeni kosmicznej. Czasem dokonuje się podziału na pierwotne i wtórne promieniowanie kosmiczne, przy czym przez pierwotne rozumie się cząstki przyśpieszone do wielkich energii w potencjalnych źródłach promieniowania kosmicznego, przez wtórne natomiast te, które są produktem oddziaływania cząstek pierwotnych z materią międzygwiazdową. Pomiarów promieniowania kosmicznego dokonuje się za pomocą metod bezpośrednich, czyli poprzez umieszczenie w przestrzeni kosmicznej (na orbicie okołozemskiej) lub wysoko w atmosferze odpowiednich spektrometrów czy kalorymetrów lub metod pośrednich, czyli obserwację zjawiska wielkiego pęku atmosferycznego (WPA) – kaskady cząstek produkowanych na skutek oddziaływania promieniowania kosmicznego z atmosferą.

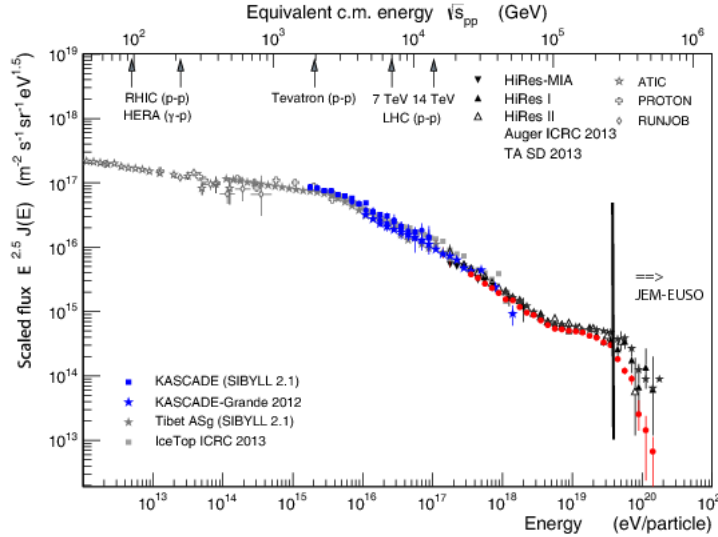
1.1. Widmo promieniowania kosmicznego

Lata pracy eksperymentów mierzących promieniowanie kosmiczne pozwoliły na dość dokładne scharakteryzowanie jego widma. Okazało się, że energia obserwowanych cząstek rozciąga się od kilku MeV do 10^{11} GeV, przy czym strumień cząstek spada wraz z energią potęgowo. Widmo można wyrazić przez:

$$\frac{dN}{dE} \approx E^{-\gamma} \quad (1.1)$$

Zależność ta charakteryzuje się różną wartością współczynnika γ w różnych zakresach. Na rysunku 1.1 widmo promieniowania kosmicznego przemnożone zostało przez energię podniesioną do potęgi 2.5 w celu uwidocznienia poszczególnych obszarów charakterystycznych. Załamanie w obszarze pomiędzy 10^{15} a 10^{16} eV zwane jest kolanem, przy 10^{17} znajduje się lekko widoczne drugie kolano, natomiast załamanie pomiędzy 10^{18} a 10^{19} eV zwane jest kostką. Strumień docierającego do Ziemi promieniowania kosmicznego spada wraz z energią potęgowo, osiągając w zakresie kostki wartość jednej cząstki na

km^2 na rok. Tak mała liczba możliwych do obserwacji cząstek przekłada się na widoczną na rysunku największą niedokładność pomiarów w zakresie najwyższej energii – powyżej 10^{19} eV na cząstkę.



Rysunek 1.1. Widmo promieniowania kosmicznego przeskalowane przez czynnik $E^{2.5}$ [2]. Na rysunku widoczne są obszary o różnych nachyleniach widma, punkty zmiany nachylenia zwane kolanem oraz obszar, w którym statystykę pomiaru powinien zwiększyć eksperyment JEM-EUSO.

Problem niskiej statystyki pomiaru mógłby być częściowo rozwiązany przez eksperyment JEM-EUSO, który ma na celu zmierzenie około tysiąca przypadków cząstek o najwyższych energiach podczas trwania misji. Mała liczba przypadków powoduje, że wnioskowanie o naturze oddziaływań hadronowych oparte na obserwacjach promieniowania kosmicznego przy najwyższych energiach jest bardzo utrudnione. Przykładem może być tutaj chociażby duży błąd w oszacowaniu wartości przekroju czynnego z eksperymentów Telescope Array i Pierre Auger Observatory.

1.2. Skład i pochodzenie

Określenie składu masowego promieniowania kosmicznego niższych energii jest możliwe poprzez bezpośrednie pomiary spektrometryczne. Częstość występowania w promieniowaniu kosmicznym jąder o liczbie masowej większej niż 1 jest większa niż częstość ich występowania w materii, z której zbudowany jest układ słoneczny. Przyczyny takiego stanu rzeczy nie są znane. Ponadto dwie grupy pierwiastków: Li-Be-B oraz Sc-Ti-V-Cr-Mn występują w promieniach kosmicznych o kilka rzędów wielkości częściej niż w układzie

słonecznym. Spowodowane jest to procesem spalacji jąder z grupy C-N-O oraz Fe podczas transportu w przestrzeni międzygwiazdowej. W ramach podziału, o którym wspomniano wcześniej, jądra od Li do B oraz od Sc do Cr uważa się w głównej mierze za wtórne promieniowanie kosmiczne.

Jedną z teorii tłumaczących drastyczny spadek strumienia przy najwyższych energiach, sięgających 10^{20} eV na cząstkę, jest zaproponowane w roku 1966 tzw. odcięcie GZK¹ [3, 4]. Według tej teorii wysokoenergetyczne cząstki promieniowania kosmicznego przemierzające przestrzeń międzygwiazdową miałyby oddziaływać z fotonami promieniowania mikrofalowego tła zgodnie z reakcją:

$$p + \gamma_{CMB} \rightarrow \Delta^+ + p + \pi^0 \quad (1.2)$$

lub:

$$p + \gamma_{CMB} \rightarrow \Delta^+ + n + \pi^+ \quad (1.3)$$

Z powodu określonego przekroju czynnego na powyższe reakcje przy najwyższych energiach oszacowano zasięg, który mogą przebyć cząstki promieniowania kosmicznego na ok. 50 Mpc. Wartość ta, określana często mianem horyzontu GZK, wprowadza ograniczenie na odległość potencjalnych źródeł promieniowania kosmicznego. Słuszność odcięcia GZK do tej pory nie została potwierdzona eksperymentalnie.

Analizy składu masowego przy wysokich energiach można obecnie dokonywać co najmniej dwoma sposobami. Jeden z nich to analiza składowej mionowej powstającej podczas rozwoju pędu. Drugi to analiza pozycji maksimum rozwoju rejestrowanych pędów, wiadomo bowiem, że pozycja ta dla cząstek pierwotnych o większych liczbach masowych podlega mniejszym fluktuacjom.

Pochodzenie promieniowania kosmicznego najwyższych energii nie jest znane. Przez dekady twierdzono, że wysokoenergetyczne cząstki docierają do Ziemi izotropowo. Informacji o potencjalnych źródłach mogą dostarczać promienie kosmiczne najwyższych energii, ponieważ ich promień Larmora jest na tyle mały, że zmierzony kierunek przylotu cząstki może wskazywać na jej źródło. W ostatnich latach współpraca PAO i Telescope Array zaprezentowały wyniki sugerujące grupowanie się wielu przypadków w klastry interpretowane jako potencjalne źródła [5, 6]. Wyniki te nie są jednak rozstrzygające.

¹ od nazwisk autorów: GZK – K. Greisen, G. Zatsepin, V. Kuzmin

1.3. Dotychczasowe eksperymenty mające na celu pomiar promieniowania kosmicznego najwyższych energii

Jak już wcześniej wspomniano, pomiarów promieniowania kosmicznego dokonuje się za pomocą metod pośrednich i bezpośrednich. Największy wkład w dokładne pomiary składu masowego ma ostatnio eksperyment PAMELA, satelitarny spektrometr, który został wyniesiony na orbitę w 2006 roku [7]. Uzyskane wyniki w zakresie składowej protonowej i helowej zostały później potwierdzone przez eksperymenty AMS i AMS02 [8]. We wszystkich z nich używano spektrometrów magnetycznych, w których, wykorzystując działanie siły Lorentza, identyfikowano cząstki na podstawie różnego zakrzywienia toru lotu jąder o różnych ładunkach. Z powodu niewielkiej akceptancji geometrycznej (PAMELA w ciągu czterech lat pracy osiągnęła ekspozycję około $3 \times 10^6 \text{ m}^2 \text{ s sr}$) pomiary spektrometrami magnetycznymi posiadają ograniczenie na energię maksymalną mierzonych cząstek spowodowane spadkiem strumienia. Do pomiarów używano także mniej dokładnych, lecz posiadających większą akceptancję kalorymetrów oraz komór emulsyjnych. Wśród eksperymentów mierzących za pomocą takich komór można wymienić eksperymenty balonowe takie jak JACEE² czy RUNJOB³, obydwa mierzące bezpośrednio cząstki promieniowania kosmicznego w zakresie do 100 TeV. Pomiarów bezpośrednich dla najwyższych energii dokonywano przy pomocy eksperymentów hybrydowych, gdzie przykładem może być eksperyment TRACER [9], który zmierzył cząstki o energiach sięgających 10^{15} eV .

Pomiary przy wyższych energiach wymagają osiągania ekspozycji większych o rzędy wielkości. Z pomocą przychodzi tutaj zjawisko WPA opisane w następnym rozdziale. Rozwój WPA dostarcza mierzalnego sygnału w postaci pojawiającego się w krótkim czasie strumienia wyprodukowanych cząstek naładowanych produkujących w atmosferze ślad fluorescencyjny. Właściwości te sprzyjały do rozwojowi technik pomiarowych wykorzystujących detektory rozłożone na dużych powierzchniach w celu pomiaru strumienia elektronów oraz kamery obserwujące poświatę UV powstającą w atmosferze. Kamery, detektory fluorescencyjne i czerenkowskie posiadają wadę polegającą na ograniczeniu czasu pomiaru jedynie do bezchmurnych i bezksiężycowych nocy. Mimo tego wspólne zastosowanie obydwu technik pomiarowych dało jak do tej pory najlepsze wyniki w detekcji promieniowania kosmicznego aż do energii 10^{20} eV . Detekcja WPA najwyższych energii zaczęła się rozwijać w roku

² Japanese-American Cooperative Emulsion Experiment.

³ RUssia-Nippon JOint Balloon program.

1959 wraz z uruchomieniem eksperymentu Volcano Ranch w USA. W 1963 roku zarejestrowano pierwszą cząstkę o energii powyżej 10^{20} eV. Korzystając ze zdobytych doświadczeń, w 1982 roku został uruchomiony eksperyment Fly's Eye, który w 1991 roku zarejestrował przypadek o zrekonstruowanej energii cząstki pierwotnej oszacowanej na 3.2×10^{20} eV. Obecnie funkcjonują dwa duże eksperymenty mierzące promieniowanie kosmiczne poprzez detekcję WPA. Na półkuli północnej jest to eksperyment Telescope Array, ulokowany na pustyni w stanie Utah w USA. Eksperyment o efektywnej powierzchni siatki detektorów czerenkowa sięgającej 760 km^2 rejestruje cząstki o energiach do 10^{20} eV. Na półkuli południowej w Argentynie znajduje się największy na świecie eksperyment mierzący promieniowanie kosmiczne – Pierre Auger Observatory, zwany PAO, o powierzchni ok 3000 km^2 . Pomimo wielkich powierzchni przekładających się na największą w historii ekspozycję podczas obserwacji, współczesne obserwatoria promieniowania kosmicznego nie są w stanie rozwiązać problemów dotyczących między innymi pochodzenia badanego promieniowania. Aby wyciągnąć dalej idące wnioski, potrzebne są długotrwałe pomiary, jeszcze większe powierzchnie obserwacji lub nowe metody pomiarowe. Prekursorem w obserwacjach WPA z przestrzeni kosmicznej jest rosyjski eksperyment TUS [10]. Eksperyment ten jako pierwszy rozpoczął pomiar śladu UV rozwijającego się pęku z orbity. Ta sama metoda pomiaru używana jest w detektorach EUSO. Warto wspomnieć również o tym, że istnieją radiowe techniki detekcji promieniowania kosmicznego. Produkowane w pęku cząstki naładowane, przemieszczając się, powodują emisję fali radiowej, która może być przedmiotem detekcji. Eksperymenty takie jak LOPES czy LOFAR [11, 12] dokonywały detekcji WPA, pomiary te jednak stanowiły raczej dodatkowe źródło informacji pozwalające na zmniejszenie błędów systematycznych w pomiarach promieniowania kosmicznego.

Rozdział 2

Zjawisko Wielkiego Pęku Atmosferycznego

Wielki Pęk Atmosferyczny (WPA) to kaskada cząstek powstająca na skutek oddziaływania cząstki promieniowania kosmicznego z jądrami atomów wchodzących w skład atmosfery ziemskiej – głównie tlenem i azotem. Ze względu na bardzo wysokie energie cząstek pierwotnych docierających do Ziemi w powstających kaskadach produkowane są cząstki, głównie naładowane, których liczby sięgają miliardów w pozycji maksimum rozwoju. Cząstki naładowane powodują chwilowe wzbudzenie cząsteczek znajdujących się w powietrzu, głównie azotu, a w konsekwencji izotropową fluorescencję podczas powrotu do stanu podstawowego. Ogromna liczba cząstek naładowanych sprawia, że powstająca fluorescencja jest zjawiskiem na tyle wyróżniającym się z tła, iż może być używana jako mierzalna charakterystyka cząstki pierwotnej. Część cząstek produkowanych w pękach o wyższych energiach dolatuje do powierzchni Ziemi, dając kolejny mierzalny sygnał świadczący o przylocie cząstki promieniowania kosmicznego. Ponieważ pęk przemieszcza się z prędkością zbliżoną do prędkości światła, nadlatujące cząstki traktować należy jako relatywistyczne. Dlatego miony produkowane w wyższych partiach atmosfery są w stanie dotrzeć do Ziemi przed rozpadem. Ze względu na mały przekrój czynny na oddziaływanie miony produkowane w pękach atmosferycznych mogą wnikać głęboko w ziemię. Obserwacje mionów na większych głębokościach służyły również w przeszłości do badania promieniowania kosmicznego. Ostatnio rozwijają się metody skanowania ukrytych pomieszczeń, np. wewnątrz piramid egipskich, poprzez detekcję przelatujących przez nie mionów. Wielki pęk atmosferyczny może być więc narzędziem przydatnym nie tylko w fizyce promieniowania kosmicznego.

2.1. Struktura WPA

WPA posiada trzy składowe: hadronową, mionową i elektromagnetyczną. Składowa hadronowa tworzy rdzeń pęku i to właśnie w niej przenoszona jest

energia powodująca dalszy rozwój kaskady. Procesy oddziaływań hadronowych w rdzeniu są niezwykle ciekawym zagadnieniem. Kolejny podrozdział poświęcony jest problemowi modelowania takich oddziaływań. Rozwój części hadronowej kaskady został z dość dobrą dokładnością opisany modelem Heitlera-Matthewsa [13]. Zgodnie z funkcjonującym opisem w oddziaływaniu hadronowym produkowana jest określona liczba cząstek, z czego $2/3$ stanowią cząstki naładowane ($\pi^{+/-}$), a jedną trzecią cząstki neutralne (π^0). Piony neutralne rozpadają się głównie na pary fotonów tworzące dalej część elektromagnetyczną kaskady. W każdym akcie oddziaływania $1/3$ energii przekazywana jest przez neutralne piony do części elektromagnetycznej. Cząstki wyprodukowane po n oddziaływaniach, licząc od pierwszego oddziaływania, możemy nazywać cząstkami n -tej generacji. Po n generacjach energia w składowej hadronowej E_{had} i elektromagnetycznej E_{em} rozłożona jest następująco:

$$E_{had} = \left(\frac{2}{3}\right)^n E_0 \quad (2.1)$$

$$E_{em} = \left[1 - \left(\frac{2}{3}\right)^n\right] E_0 \quad (2.2)$$

Średnia droga na oddziaływanie protonów w atmosferze wynosi około $90 \frac{g}{cm^2}$.

Składowa mionowa produkowana jest w rozpadach pionów i kaonów. Charakteryzuje się ona zasadniczo innym kształtem od składowej elektronowej. Składowa mionowa zawiera w sobie charakterystykę cząstki pierwotnej. Potencjalnie możliwa jest również detekcja poziomo rozwijających się w atmosferę pęków przez obserwację i analizę emitowanego promieniowania Czerenkowa na przykład przez eksperymenty umieszczone na balonach stratosferycznych jak EUSO-SPB.

2.2. Symulacje WPA za pomocą programów komputerowych

Aby wnioskować na podstawie obserwacji tak złożonego zjawiska, jakim jest WPA, potrzebne są dość skomplikowane symulacje komputerowe. Obecnie powszechnie stosowanym narzędziem do symulacji WPA jest program CORSIKA [14] i jego uproszczona wersja – CONEX [15]. CORSIKA pozwala na wykonanie symulacji rozwoju WPA, zakładając różne parametry, takie jak: typ i energia cząstki pierwotnej, kąt wejścia w atmosferę, model atmosfery i inne. CORSIKA jest programem napisanym w języku FORTRAN pozwalającym na trójwymiarowe śledzenie rozwoju kaskady. Użytkownik ma

do wyboru kilka powszechnie znanych modeli oddziaływań wysokich i niskich energii. Program CONEX wykonuje podobne symulacje dwuwymiarowo, pozwalając na wybór z podobnego zestawu parametrów i modeli. Opis kaskady elektromagnetycznej jest stosunkowo prosty. Istniejące programy takie jak zastosowany w pakiecie CORSIKA EGS4 [16], dają bardzo dobrą zgodność z eksperymentem. Modelowanie oddziaływań hadronowych przy najwyższych energiach wymaga ekstrapolacji parametrów modeli opartych na wiedzy dostarczonej przez akceleratory zderzające cząstki przy energiach miliony razy mniejszych. Z powodu braku informacji nie pozostaje nic innego, jak przypuszczać, że stosowane obecnie modele oddziaływań wysokich energii dają opis zbliżony do rzeczywistości, jednocześnie z rezerwą podchodząc do stwierdzeń o bezwzględnej słuszności któregoś z modeli lub jego założonych parametrach. Jak najbardziej wskazane jest poszukiwanie nowych rozwiązań opisujących poszczególne elementy stosowanych modeli, potwierdzając lub zaprzeczając słuszności istniejących założeń. Takie zadanie spełniają właśnie rozważania nad ekstrapolacją przekroju czynnego będące główną częścią niniejszej pracy.

Rozdział 3

Eksperyment JEM-EUSO

Eksperyment EUSO¹ został zaproponowany w latach 90. ubiegłego stulecia przez Europejską Agencję Kosmiczną ESA jako eksperyment satelitarny dedykowany do pomiaru promieniowania kosmicznego najwyższych energii z pokładu międzynarodowej stacji kosmicznej ISS. Założeniem projektu była obserwacja śladów powstających podczas rozwoju WPA w atmosferze przez bardzo szybką kamerę działającą w zakresie UV (długość fali od 300 do 400 nm) i określanie energii oraz kierunku przylotu cząstek pierwotnych. Pomiarów wykonywanych z dużej wysokości mają pozwolić na obserwację znacznej powierzchni atmosfery, drastycznie zwiększając liczbę zarejestrowanych przypadków w stosunku do eksperymentów naziemnych. Ultraszybka kamera pozwalająca na zarejestrowanie 400 000 klatek na sekundę miałaby pozwalać na śledzenie rozwoju WPA, którego ślad przemieszcza się z prędkością zbliżoną do prędkości światła.

W 2004 roku ESA zrezygnowała z kontynuacji projektu, który został następnie przejęty przez Japońską Agencję Kosmiczną JAXA z planem umieszczenia na japońskim module eksperymentalnym znajdującym się na pokładzie ISS. Eksperyment jak i cała międzynarodowa współpraca przyjęły nazwę JEM-EUSO². Tsunami, które nawiedziło Japonię w 2011 roku, znacząco spowolniło realizację projektu. Wysłanie na pokład ISS dużego eksperymentu stanęło pod znakiem zapytania, jednak cały czas przygotowywane są mniejsze detektory oparte na technologii EUSO będące kolejnymi testami metody pomiarowej i małymi, lecz niezmiernie istotnymi krokami prowadzącymi do przygotowania dużej misji satelitarnej. W związku ze stopniowym wycofywaniem się Japonii z projektu forma współpracy stała się bardziej międzynarodowa, skupiając w szczytowych momentach 15 krajów z całego świata. Na spotkaniu Współpracy JEM-EUSO w czerwcu 2018 roku przyjęto nowe rozwinięcie skrótu – Połączone Misje Eksperymentalne EUSO³.

¹ Ang. **E**xtreeme **U**niverse **S**pace **O**bservatory.

² Japanese Experimental Module – Extreme Universe Space Observatory.

³ Joint Experiment Missions EUSO.

Polska uczestniczy w projekcie od 2008 roku. Główny wkład ma tutaj Pracownia Fizyki Promieniowania Kosmicznego przy Zakładzie Astrofizyki NCBJ, dostarczając jeden z kluczowych elementów – zasilacz wysokiego napięcia, oraz uczestnicząc w analizie zebranych danych. Od 2014 roku jestem członkiem Współpracy JEM-EUSO.

3.1. Cele naukowe eksperymentu JEM-EUSO

Podczas pięciu lat trwania głównej misji JEM-EUSO zastosowana technika pomiarowa powinna pozwolić na zarejestrowanie około 1000 przypadków cząstek promieniowania kosmicznego o energiach przewyższających 10^{19} eV na cząstkę. Dokładna rekonstrukcja kierunku oraz energii docierających do Ziemi cząstek powinny przybliżyć rozwiązanie następujących problemów dotyczących fizyki promieniowania kosmicznego:

- Potwierdzenie istnienia źródeł promieniowania kosmicznego najwyższych energii. Ze względu na orbitę ISS obserwacje promieni kosmicznych będą dotyczyć zarówno północnej, jak i południowej części sfery niebieskiej. Dotychczasowe sugestie dotyczące grupowania się zarejestrowanych przez eksperymenty AUGER i Telescope Array kierunków przylotu cząstek wysokoenergetycznego promieniowania kosmicznego opierają się na statystyce dotyczącej kilkudziesięciu przypadków. Liczba przypadków zarejestrowanych przez eksperyment JEM-EUSO powinna pozwolić na udzielenie jednoznacznej odpowiedzi na pytanie, czy zidentyfikowane przez obserwatoria naziemne tzw. Hot Spoty są w rzeczywistości źródłami promieniowania kosmicznego. Możliwe będzie także odkrycie kolejnych źródeł, jeżeli takowe istnieją.
- Widmo promieniowania kosmicznego w zakresie najwyższych obserwowanych energii określone jest z dużymi niepewnościami pomiarowymi. Podobnie jak w poprzednim przypadku zarejestrowanie dużej liczby WPA powinno odpowiedzieć na pytanie, jak zachowuje się widmo w tym zakresie energii. Potencjalnie możliwe jest zarejestrowanie cząstek o jeszcze większych energiach pojawiających się rzadziej.
- Potwierdzenie tzw. obciążenia GZK.

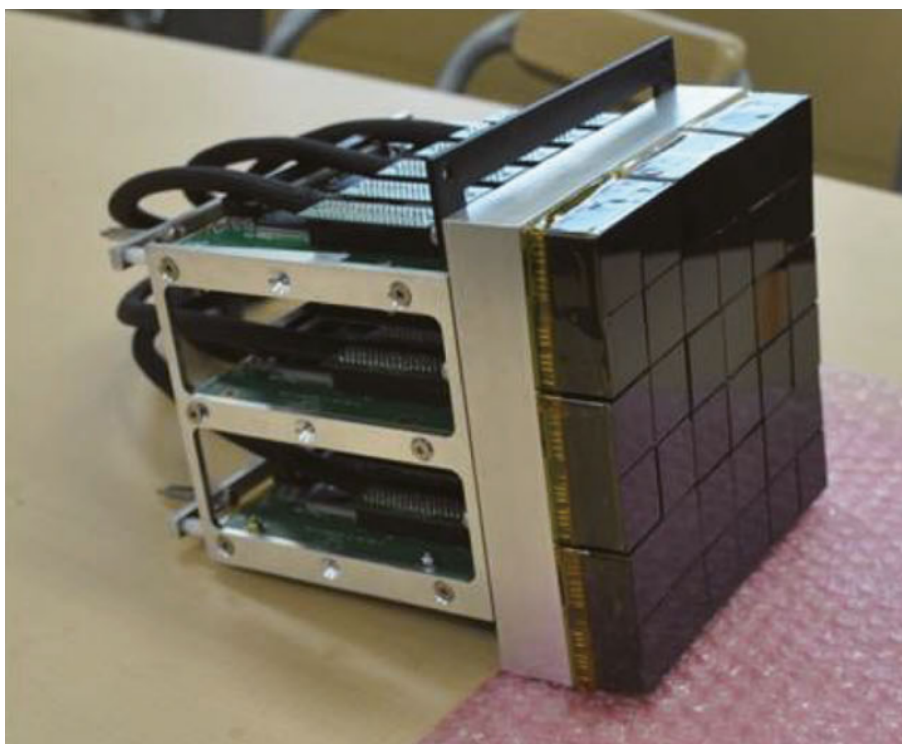
Dodatkowymi zadaniami, które mogą być realizowane przez eksperymenty z rodziny EUSO, są takie jak np. rejestracja wysokoenergetycznych neutronów przylatujących z przestrzeni kosmicznej i wywołujących zjawisko WPA, oddziałując w Ziemi lub atmosferze ziemskiej, czy badania dotyczące galaktycznych i pozagalaktycznych pól magnetycznych. Drugie zadanie może być

realizowane na drodze pośredniej, wnioskując na podstawie zarejestrowanych WPA.

Ponieważ detektory EUSO obserwują w zakresie UV atmosferę ziemską, możliwe jest także rejestrowanie tzw. TLE⁴ – sporadycznie pojawiających się w atmosferze zjawisk świetlnych takich jak zwykłe wyładowania atmosferyczne, zjawiska typu sprite⁵ i inne. Dlatego badania atmosfery zostały włączone do programu JEM-EUSO.

3.2. Budowa eksperymentu i metoda pomiaru

We wszystkich detektorach programu JEM-EUSO zastosowano 64-kanalowe (pikselowe) fotopowielacze. Cztery fotopowielacze tworzą komórkę elementarną, natomiast 9 komórek elementarnych tworzy pojedynczy moduł detektora. W większości testowych eksperymentów JEM-EUSO detektorem był pojedynczy moduł. W dużym eksperymencie JEM-EUSO na powierzchnię ogniskową detektora składać się ma 137 modułów.

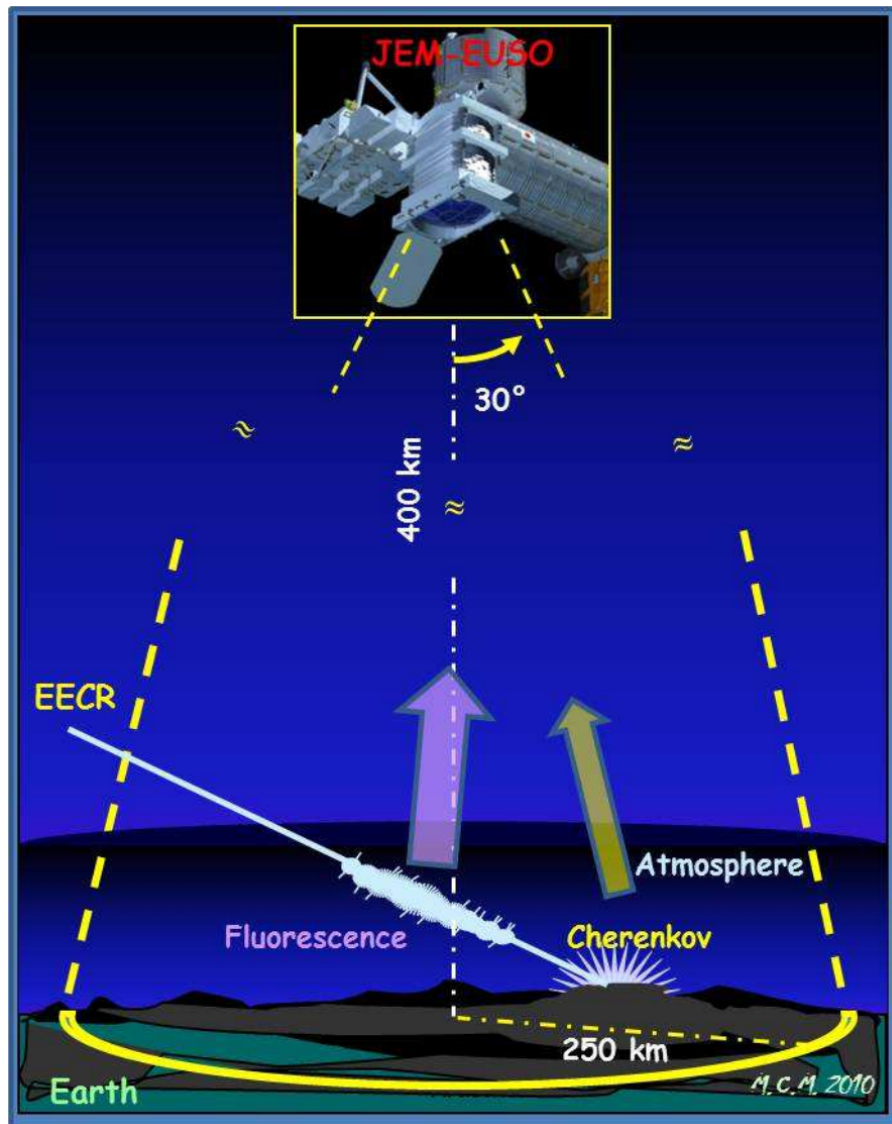


Rysunek 3.1. Pojedynczy moduł detektora EUSO. Na zdjęciu widoczna powierzchnia detektora składająca się z wielokanałowych fotopowielaczy [17]. W tylnej części urządzenia znajdują się podzespoły elektroniczne służące do sterowania pomiarem.

⁴ Transient Luminous Event.

⁵ Zjawisko atmosferyczne będące wielokanałowym wyładowaniem elektrycznym występującym w jonosferze.

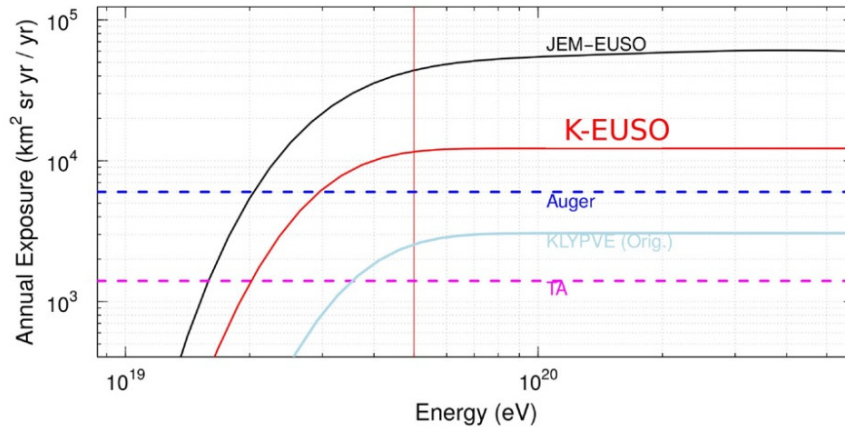
Pomiaru dokonuje się przez zliczanie pojedynczych fotonów w każdym pikselu w czasie 2.5μ . Daje to prędkość 400 000 klatek na sekundę i jest możliwe dzięki zastosowaniu dedykowanych podzespołów elektronicznych. Taka konstrukcja pozwala na śledzenie śladu wywołanego fluorescencją cząsteczek azotu w atmosferze wzbudzonych przez cząstki naładowane produkowane w WPA. Metoda pomiarowa została zilustrowana na rysunku 3.2.



Rysunek 3.2. Ilustracja metody pomiaru zastosowanej w eksperymentach z rodziny EUSO [18]. Detektor umieszczony na dużej wysokości obserwuje szybko przemieszczające się ślady UV wywołane rozwojem WPA.

Obserwacje z dużej wysokości powodują zwiększenie ekspozycji eksperymentu. Duża odległość do rozwijającego się pędu powoduje również powstanie naturalnego progu na energie cząstek pierwotnych – w przypadku JEM-EUSO widoczne byłyby tylko pędy zapoczątkowane przez cząstki

o energiach powyżej 10^{19} eV. Pozwala to na wyeliminowanie części szumu, w końcu celem eksperymentu jest pomiar najwyższych energii. Porównanie rocznej ekspozycji planowanych eksperymentów satelitarnych z rodziny EUSO z ekspozycjami naziemnych obserwatoriów promieniowania kosmicznego przedstawiono na rysunku 3.3.



Rysunek 3.3. Porównanie rocznej ekspozycji różnych eksperymentów mierzących promieniowanie kosmiczne [18].

3.3. Dotychczasowe i planowane eksperymenty EUSO oraz ich potencjalny wpływ na modelowanie rozwoju WPA

W skład programu JEM-EUSO wchodzi wiele eksperymentów, z których dwa zostały już zrealizowane, inne są na etapie realizacji lub planowania. Poniżej znajduje się krótka charakterystyka poszczególnych z nich.

- **EUSO-Balloon** – pierwsza w pełni zrealizowana misja z udziałem detektora EUSO. Polegała na przeprowadzeniu trwającego kilka godzin lotu balonu stratosferycznego, pod którym został podczepiony detektor EUSO. Detektorem użytym w eksperymencie był pojedynczy PDM. Balon wystartował w sierpniu 2014 roku z miejscowości Timmins w Kanadzie i przez cztery godziny obserwował przestrzeń pod sobą, próbując zarejestrować podobne do wywołanych rozwojem WPA sygnały. Dodatkowo z helikoptera latającego pod balonem wysyłane były poziomo i pionowo sygnały UV emitowane za pomocą lasera i diody kalibracyjnej. Ich zarejestrowanie pozwoliło na potwierdzenie skuteczności metody pomiarowej [19].

- **EUSO-TA** – testowy eksperyment naziemny służący do pomiaru WPA w koincydencji z eksperymentem Telescope Array, ulokowany na pustyni w stanie Utah w USA. Eksperyment działa od 2014 roku. W EUSO-TA zamontowany jest pojedynczy PDM. Obserwacje równoległe z Telescope Array pozwalają na ulepszanie metody pomiarowej i algorytmów służących do rozpoznawania i odszumiania użytecznego sygnału. Opierając się na danych z eksperymentu EUSO-TA, prowadzę prace w kierunku kalibracji detektorów EUSO, używając zarejestrowanych sygnałów z gwiazd [20]. Eksperyment służy również do testowania kolejnych detektorów EUSO używanych między innymi w lotach balonowych. Do tej pory EUSO-TA jest jedynym eksperymentem z rodziny EUSO, który zarejestrował sygnały pochodzące od promieniowania kosmicznego [21].
- **EUSO-SPB1** – pierwszy długodystansowy lot balonu stratosferycznego z detektorem EUSO zrealizowany w 2017 roku [22]. Start nastąpił z miejscowości Wanaka w Nowej Zelandii i miał trwać około 100 dni na trasie biegnącej dookoła Antarktydy. Zamontowany detektor miał lepszą wydajność od zamontowanego w EUSO-Balloon. Osiągnięte parametry dawały duże prawdopodobieństwo zarejestrowania promieniowania kosmicznego. Byłby to pierwszy przypadek detekcji promieniowania kosmicznego przez eksperyment obserwujący atmosferę ziemską ”z góry”. Misja zakończyła się jednak niespodziewanie po 12 dniach z powodu rozszczelnienia balonu dostarczanego przez NASA. Poprawne działanie całej aparatury naukowej podczas całego lotu pozwoliło na podjęcie decyzji o realizacji kolejnego lotu z użyciem balonu stratosferycznego – misji EUSO-SPB2. Eksperyment jest obecnie w fazie planowania [23].
- **Mini-EUSO** – eksperyment oparty na jednym module detektora, który w 2019 roku zostanie umieszczony w rosyjskim module eksperymentalnym ISS [24]. Będzie to pierwsze zastosowanie detektora EUSO do obserwacji atmosfery ziemskiej z przestrzeni kosmicznej. Mini-EUSO wyróżnia stosunkowo duże pole widzenia wynoszące $44^\circ \times 44^\circ$. Celem eksperymentu jest głównie obserwacja wysokoenergetycznego promieniowania kosmicznego, ale również badania atmosfery poprzez obserwacje zjawisk świetlnych TLE, a także meteorytów. Mini-EUSO będzie ponadto dobrym testem pracy detektora EUSO na pokładzie stacji kosmicznej.
- **K-EUSO** – pierwszy duży detektor EUSO składający się z kilkudziesięciu modułów PDM dających w efekcie około $1.2 \cdot 10^5$ pikseli na powierzchni ogniskowej. Obecnie znajduje się w fazie przygotowania. Ekspozycja eksperymentu K-EUSO będzie około 4 razy większa niż w przypadku eks-

perymentu PAO. Rozdzielczość kątowna wynosi 0.066° na piksel. Głównym celem misji jest wykonanie "skanowania" północnej i południowej części nieba w poszukiwaniu kierunków przylotu wysokoenergetycznego promieniowania kosmicznego. Spodziewane jest zarejestrowanie około 170 przypadków WPA o energii powyżej 5.9×10^{19} eV na rok. Powinno to już pozwolić na wnioskowanie o źródłach promieniowania kosmicznego. K-EUSO jest realizowany przy dużej współpracy z Rosyjską Agencją Kosmiczną Roscosmos i zostanie umieszczony na pokładzie ISS około 2022 roku [25]. Jest to w pewnym sensie kontynuacja rosyjskiego programu badania promieniowania kosmicznego z przestrzeni, tym razem w oparciu o technologię detektorów EUSO.

Spośród wszystkich przeprowadzonych i obecnie przygotowywanych eksperymentów EUSO jedynie K-EUSO charakteryzuje się na tyle dużą rozdzielczością przestrzenną, aby zarejestrowany sygnał mógł być cennym źródłem informacji w badaniu promieniowania kosmicznego. Oczywiście bardzo pozytywny jest fakt, że taki detektor powstaje i da prawdopodobnie początek serii dużych eksperymentów dedykowanych obserwacjom WPA z przestrzeni kosmicznej.

Rozdział 4

Modele produkcji cząstek oraz ich parametry

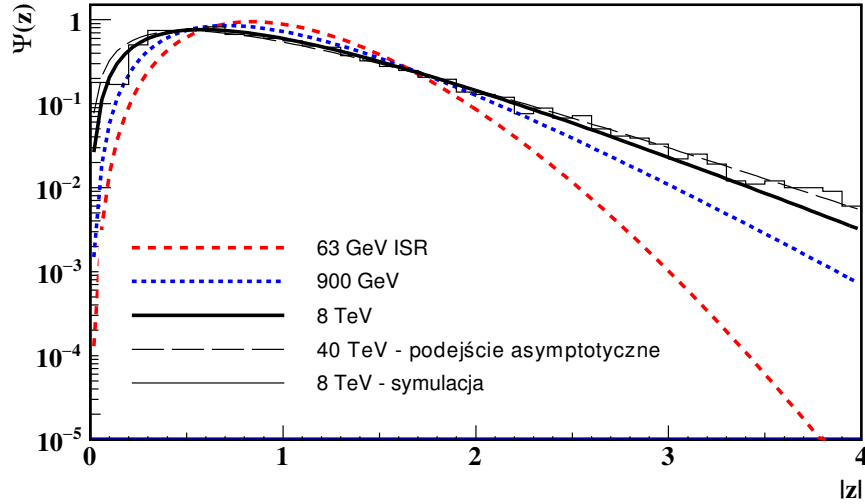
Modele produkcji cząstek wtórnych podczas oddziaływań wysokich energii różnią się zasadniczo od przypadku niskoenergetycznego. Wiele parametrów modeli oddziaływań charakteryzuje odmienne zachowanie w zakresie wysokich i niskich energii. Bardzo dobrym przykładem może być tutaj przekrój czynny na oddziaływania proton-proton, którego pomiary przed eksperymentem ISR wykazywały spadek do stałych asymptotycznie wartości wraz ze wzrostem energii zderzenia. Dziś wiemy, że wspomniany przekrój czynny rośnie z energią. Ekstrapolacja przekroju oparta na wiedzy dostępnej przed uruchomieniem eksperymentu ISR nie miałaby sensu. Podobnie sprawa się ma, jeżeli chodzi o inne parametry modeli oddziaływań wysokich energii. Daleko idąca ekstrapolacja może być przyczyną wielu problemów w kontekście poprawnego opisu oddziaływań. Ponadto różne modele zakładają różne sposoby ekstrapolacji, tj. teorie opisujące oddziaływania przedstawiają różne ujęcia problemu. Nie wiadomo, które z nich będzie najwłaściwsze przy najwyższych energiach, o ile któreś z obecnie używanych jest w ogóle właściwe. W rozdziale 5 opisałem ekstrapolację przekroju czynnego na zderzenia proton-proton, proton-jądro i jądro-jądro, bazując na zbudowanym przeze mnie modelu opartym na danych eksperymentalnych i czerpiącym z modeli optycznych. Przekrój czynny to jednak nie wszystko, istnieje wiele innych parametrów odgrywających ważną rolę w rozwoju WPA i w konsekwencji mających znaczący wpływ na interpretację wyników z pośrednich pomiarów promieniowania kosmicznego.

4.1. Najważniejsze parametry modeli oddziaływań wysokich energii

4.1.1. Krotność produkcji

Krotność produkcji cząstek w wysokoenergetycznych oddziaływaniach hadronowych przyjęło się charakteryzować, opisując średnią liczbę cząstek na-

ładowanych N_{ch} . Zależy ona od energii zderzenia. Liczbę produkowanych cząstek neutralnych N_{neut} przyjmuje się zazwyczaj jako proporcjonalną do N_{ch} . W latach 70. powstała teoria parametryzująca liczbę cząstek naładowanych pod pojęciem skalowania KNO [26] od nazwisk autorów¹. W pracy [27] wskazywaliśmy wraz ze współautorami na potencjalne łamanie tego skalowania już dla energii dostępnych w LHC. Sytuacja przedstawiona jest na rysunku 4.1.



Rysunek 4.1. Łamanie skalowania KNO. Rozkład prawdopodobieństwa produkcji danej liczby cząstek naładowanych w oddziaływaniu hadronowym zbiega do granicy asymptotycznej już przy energii 8 TeV. Dla wyższych energii zmiana rozkładu jest nieznaczna.

Funkcja reprezentująca prawdopodobieństwo otrzymania w wyniku zderzenia określonej liczby cząstek naładowanych wyraża się przez:

$$\Psi(z, k) = \bar{n} P_n = \frac{k^k}{\Gamma(k)} z^{k-1} e^{-kz} \quad (4.1)$$

$$k^{-1} = a + b \ln \sqrt{s} \quad (4.2)$$

$$(a = -0.104, b = 0.058) \quad (4.3)$$

gdzie:

$z = \frac{n}{\bar{n}}$ jest zmienną reprezentującą określoną liczbę wyprodukowanych cząstek naładowanych;

$\bar{n} = \langle N_{ch} \rangle$ jest średnią liczbą wyprodukowanych cząstek naładowanych.

¹ Skalowanie KNO – od nazwisk Z. Koba, H.B. Nielsena i P. Olesena.

Ze względu na asymptotyczne zachowanie funkcji skalowania rozkład przestaje się zmieniać znacząco przy energiach zderzenia osiągających w układzie środka masy kilkanaście TeV. Z pomiarów wiadomo natomiast, że średnia liczba cząstek naładowanych produkowanych w zderzeniach ciągle rośnie z energią [28]. Krotność ta ma z kolei znaczenie dla szybkości rozwoju pęku, o czym mowa w rozdziale 6, w części dotyczącej maksimum rozwoju pęku.

4.1.2. Rozkłady pseudopośpieszności i problem cząstki wiodącej

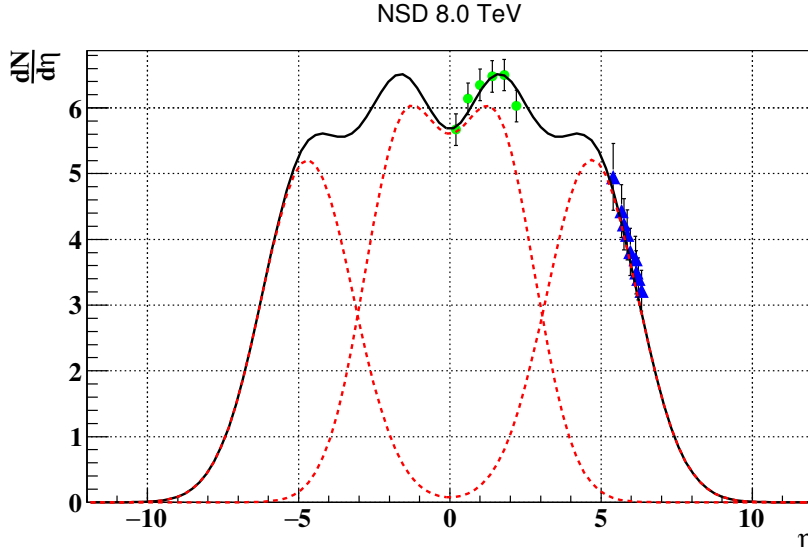
Ważnym problemem w modelowaniu rozwoju WPA jest rozkład kątowny oraz energetyczny produkowanych cząstek wtórnych. Wiadomo, że rozwój pęku aż do osiągnięcia dużych głębokości w atmosferze jest możliwy dzięki tzw. części "do przodu", tj. wysokoenergetycznym cząstkom wtórnym, które są produkowane pod małymi kątami, licząc od osi zderzenia. Do analizy rozkładów kątowych służy pseudopośpieszność nazywana z języka angielskiego pseudorapidity. Jest ona zdefiniowana w następujący sposób:

$$\eta = -\ln \operatorname{tg} \left(\frac{\theta}{2} \right) \quad (4.4)$$

gdzie:

θ – kąt produkcji cząstki. Mierzac produkty oddziaływania w detektorach takich jak TOTEM czy CMS w LHC, można uzyskać rozkłady pseudorapidity dla cząstek naładowanych. Pojęcie cząstki wiodącej, pod którym do tej pory rozumiano najbardziej energetyczną cząstkę wyprodukowaną w pęku, wiąże się z pseudopośpiesznością. Związek polega na tym, że najwyższe wartości pseudopośpieszności mają cząstki najbardziej energetyczne, produkowane pod małymi kątami, a są to właśnie cechy cząstki wiodącej. Twierdzi się, że cząstka wiodąca produkowana w pojedynczym akcie oddziaływania unosi ze sobą około połowy energii cząstki pierwotnej, a jej pseudopośpieszność powinna wynosić średnio więcej niż 8.5. Podejście takie jest słuszne, jeżeli założymy rozkład pędów poprzecznych, zgodnie z którym składowa poprzeczna pędu produkowanych cząstek jest o wiele mniejsza od składowej podłużnej. Rozkłady pseudopośpieszności w zakresie $0 < |\eta| < 5$ opisywano do tej pory funkcją gaussa, a opis taki pozwalał na dość prostą ekstrapolację z pomiarów przy niższych energiach do energii wyższych. Sytuacja skomplikowała się wraz z nadejściem danych ze zderzeń proton-proton w eksperymencie LHC przy energii 8 TeV. Okazało się, że nie jest już możliwe dokładne opisanie danych za pomocą pojedynczej funkcji gaussowskiej. W pracy [27] opisujemy

zaproponowane przez prof. J. N. Capdevielle'a podejście do opisu zwanego modelem GHOST², zgodnie z którym do opisu rozkładów pseudopośpieszności używa się sumy dwóch funkcji gaussa o różnych położeniach i różnej szerokości. Sytuacja pokazana jest na rysunku 4.2.



Rysunek 4.2. Model GHOST w interpretacji zmierzonych rozkładów pseudopośpieszności. Punkty reprezentują dane eksperymentalne z eksperymentów TOTEM i CMS. Linia jest sumą dwóch funkcji gaussa reprezentujących dwa klastry wyróżnione wśród wyprodukowanych cząstek wtórnych.

Każda z funkcji opisuje tak zwany klaster, dla którego pozycja maksimum funkcji wskazuje najczęściej występujący kąt emisji naładowanej cząstki wtórnej. Podejście takie zwane jest wieloklastrowym i wskazuje na istnienie przynajmniej dwóch uprzywilejowanych kierunków emisji cząstek wtórnych innych niż cząstka wiodąca. Dalej idącym wnioskiem jest powstawanie większej liczby wysokoenergetycznych cząstek wtórnych (funkcja gaussa z maksimum dla większych wartości pseudopośpieszności), niżby to wynikało z dotychczasowych opisów.

4.1.3. Inne parametry modeli oddziaływań wysokich energii

Istotną rolę w modelowaniu rozwoju WPA odgrywa zmienna Feynmana x_F zdefiniowana przez:

$$x_F = \frac{p_{||}}{p_{max}} \quad (4.5)$$

gdzie:

$p_{||}$ – składowa podłużna pędu wyprodukowanej cząstki;

² Ang. **G**enerator of **H**adrons for **S**imulation **T**reatment.

p_{max} – maksymalny możliwy pęd wyprodukowanej cząstki (cząstki wiodącej) wynoszący zazwyczaj około $\sqrt{s}/2$.

Zmienna ta była używana w opisie skalowania Feynmana opisującego rozkłady podłużne produkowanych cząstek. W późniejszym czasie wykazano łamanie skalowania Feynmana i wprowadzono inne metody opisu, między innymi skalowanie Wdowczyka i Wolfendale’a [29]. Rozkłady zmiennej x_F wciąż jednak są powszechnie używane w opisie WPA.

Kolejny ważny parametr to współczynnik nieelastyczności, który jest definiowany jako część energii cząstki pierwotnej dostępna dla produkcji cząstek wtórnych w oddziaływaniu nieelastycznym. Wartość współczynnika nieelastyczności, pierwszy raz potwierdzona przez eksperyment ISR [30], jest ustalona na około 0.5.

Istotne w modelowaniu są również rozkłady pędów poprzecznych. Ponieważ decydują one o rozmiarach pęków docierających do Ziemi, informacje o ich kształcie można uzyskać, analizując sygnały zebrane przez naziemne obserwatoria promieniowania kosmicznego.

4.2. Modele oddziaływań wysokich energii użyte w symulacjach

W rozdziale 6 omawiane są wyniki symulacji promieniowania kosmicznego oparte na zmienionych przekrojach czynnych obliczonych w rozdziale 5. Do wykonania symulacji użyte zostały trzy modele oddziaływań wysokich energii wchodzące w skład programu CORSIKA, które zostaną pokrótce scharakteryzowane. Celem nie jest tutaj dokładna dyskusja różnic pomiędzy modelami, ale wskazanie najważniejszych różnic i punktów wspólnych użytych modeli.

QGSJETII-04 – najnowsza wersja modelu QGSJET³. Model opisujący oddziaływania hadronowe przy najwyższych energiach opierający się na quasi-optycznej parametryzacji pomeronowej amplitudy rozpraszania elastycznego nucleon-hadron. Najnowsza wersja została skorygowana o dane z eksperymentu LHC.

Sibyll 2.3c – model opisujący oddziaływania hadronowe przy najwyższych energiach, opierający się na podstawach chromodynamiki kwantowej (QCD), włączając produkcję dżetów. Model posiada własne nieelastyczne hadronowe przekroje czynne, których obliczenie również zostało oparte na QCD.

³ Ang. **Q**uark **G**luon **S**tring model with **J**ETs.

EPOS-LHC⁴ – najnowszy z modeli zawierający w sobie elementy modelu VENUS i QGSJET. Opiera się głównie na fenomenologicznym opisie danych zebranych w akceleratorach RHIC i LHC.

Dla obliczania oddziaływań odbywających się przy energiach poniżej 80 GeV w układzie laboratoryjnym użyty został model GHEISHA⁵.

Modele QGSJETII-04 i EPOS-LHC są oparte na teorii Gribova-Regge'go [31], podczas gdy Sibyll opiera się głównie na produkcji minidżetów. Wspomniane modele opisują oddziaływania hadronowe, czyli rozwój rdzenia pęku. Są zatem najistotniejsze dla kształtu rozwijającej się kaskady. Część elektromagnetyczna pęku obliczana jest na podstawie analitycznych równań. W programie CORSIKA odbywa się to poprzez wywołanie podprogramów EGS4[16] lub NKG przy czym program EGS4 pozwala na lepsze odwzorowanie rzeczywistości poprzez dokładniejsze obliczenia włączające zjawiska takie jak np. efekt LPM [32, 33].

⁴ Ang. **E**nergy conserving quantum mechanical multi-scattering approach, based on **P**artons, **O**ff-shell remnants and **S**plitting parton ladders - **L**arge **H**adron **C**ollider.

⁵ Ang. **G**amma **H**adron **E**lectron **I**nteraction **S**hower.

Rozdział 5

Przekrój czynny p-p, p-jądro i jądro-jądro

Przekrój czynny na oddziaływanie nieelastyczne jest jednym z parametrów odgrywających kluczową rolę w rozwoju WPA. Miesza się on z krotnością produkcji oraz typem cząstki pierwotnej, wprowadzając znaczne komplikacje w interpretacji danych zbieranych przez naziemne obserwatoria promieni kosmicznych. Niestety wciąż nie jest możliwe wyznaczenie całkowitych i elastycznych przekrojów czynnych dla energii obserwowanych w promieniowaniu kosmicznych przy użyciu chromodynamiki kwantowej (QCD). Wymusza to opis przekrojów poprzez budowę modeli fenomenologicznych opartych na danych akceleratorowych zebranych przy niższych energiach zderzeń i ekstrapolacje do energii najwyższych. Od lat 60. ubiegłego stulecia powstało wiele modeli tego typu, wydaje się jednak istotne, aby używany opis oprócz parametryzacji opisującej poprawnie dane eksperymentalne posiadał również sensowną interpretację fizyczną.

Jednym ze sposobów ekstrapolacji przekrojów na zderzenia proton-proton, proton-jądro i jądro-jądro jest użycie modelu optycznego protonu i teorii R. J. Glaubera. Model taki, opisany poniżej, użyty został do uzyskania wyników będących podstawą tej pracy. W dodatku A w dużej mierze opartym na szeroko znanej pracy Glaubera z 1959 roku [34] wyprowadzone zostały podstawowe zależności pomiędzy rozkładem materii hadronowej zderzających się obiektów a wyrażeniami na przekroje czynne i amplitudą rozpraszania. Model, który opracowałem, opiera się na dopasowaniu amplitud rozpraszania do różniczkowych elastycznych przekrojów czynnych na zderzenia proton-proton i proton-antyproton, które zostały zmierzone w takich eksperymentach, jak: ISR [35], SPS [36], Fermilab [37], Tevatron [38] i LHC w szerokim zakresie energii zderzenia tj. $\sqrt{s}$ od 20 GeV do 8 TeV [39]. Wkrótce powinny ukazać się podobne dane dla energii 13 TeV.

W dalszej części opisane zostaną wyniki dopasowań rozkładów materii hadronowej w protonie w opartych na zmierzonych elastycznych różniczkowych przekrojach czynnych. Na ich podstawie wyznaczone zostały ostatecznie war-

tości przekrojów czynnych przy zderzeniach bardziej złożonych układów, tj. proton-nukleon i nukleon-nukleon.

5.1. Model optyczny protonu

Opis modelu optycznego rozpoczniemy od przypadku zderzeń proton-proton, czyli zderzeń obiektów, dla których rozkłady materii mogą zostać uznane za symetryczne. Ponadto zderzenia protonów stanowią podstawę dla budowy modeli fenomenologicznych dotyczących oddziaływań ze względu na istnienie całego szeregu eksperymentów akceleratorowych skupiających się na badaniu takich zjawisk. Głównym założeniem modelu użytego w niniejszych rozważaniach jest to, że rozkład materii hadronowej w rozpraszanych obiektach daje się skutecznie sparametryzować w postaci funkcji zespolonej, która jest wystarczająca do obliczenia wartości interesujących nas przekrojów czynnych. Proton jest tutaj traktowany jako częściowo nieprzezroczyste medium o gęstości największej w centrum i malejącej wraz z promieniem. Rozkład ten zmienia się nieznacznie wraz z energią zderzenia.

Zdefiniujmy dwuwymiarową funkcję gęstości będącą wynikiem całkowania rozkładu oddziałującej "materii hadronowej" w kierunku z leżącym w osi zderzenia:

$$D(\mathbf{b}) = \int_{-\infty}^{\infty} \rho(x, y, z) dz \quad (5.1)$$

gdzie:

$\mathbf{b}$ – wektor leżący w płaszczyźnie (x, y) , zwanym parametrem zderzenia.

Tak określony profil był używany już w latach 60. w pracy Chou i Yanga [40] do wyznaczenia funkcji przezroczystości dwóch zderzających się obiektów jako splot:

$$\Omega(b) = \Omega(\mathbf{b}) = iK_{pp} \iint_{-\infty}^{\infty} D(\mathbf{b} - \mathbf{b}') D(\mathbf{b}') d^2\mathbf{b}' \quad (5.2)$$

Funkcja ta, w ogólności zespolona, bywa powszechnie zapisywana w postaci [41]:

$$\chi(b, s) = (\lambda(s) + i)\Omega(b, s) \quad (5.3)$$

Funkcja $\chi(b, s)$ określana jest mianem eikonału i odwzorowuje natężenie potencjału rozpraszającego. Parametr $\lambda(s)$ mówi zatem o części rzeczywistej

funkcji χ i wyznacza się go na podstawie dopasowania do danych eksperymentalnych. Jego zależność energetyczna kształtem jest zbliżona do parametru $\rho(s)$ określającego stosunek rzeczywistej do urojonej części amplitudy rozpraszania dla bardzo małych przekazów czteropędu:

$$\rho(s) = \frac{\text{Re}F(q=0, s)}{\text{Im}F(q=0, s)} \quad (5.4)$$

Współczynnik K_{pp} we wzorze 5.1 pełni funkcję stałej normalizacyjnej charakterystycznej dla danego procesu – w tym przypadku zderzenia proton-proton. Uznając materię hadronową za częściowo nieprzezroczyste, oddziałujące medium, w analogii do obrazu optycznego możemy wprowadzić współczynnik transmisji $\Gamma(b)$ będący funkcją parametru zderzenia:

$$\Gamma(s, b) = 1 - e^{i\chi(s, b)} \quad (5.5)$$

W dodatku A pokazano wyprowadzenia zależności wiążących wartości przekrojów czynnych z eikonalem:

$$\sigma_{el} = \int \left| e^{i\chi(\vec{b})} - 1 \right|^2 d^{(2)}b \quad (5.6)$$

$$\sigma_{abs} = \int \left(1 - \left| e^{i\chi(\vec{b})} \right|^2 \right) d^{(2)}b \quad (5.7)$$

$$\sigma_{tot} = 2 \int \left(1 - \text{Re} e^{i\chi(\vec{b})} \right) d^{(2)}b \quad (5.8)$$

Widać, że do znalezienia całkowitych, elastycznych i nieelastycznych przekrojów czynnych wystarczy znajomość eikonalu χ , a więc rozkładu oddziałującej materii hadronowej w rozpraszanych obiektach. W jej poszukiwaniu przychodzi z pomocą szereg danych eksperymentalnych, a głównie rozkłady różniczkowych elastycznych przekrojów czynnych związanych z amplitudą rozpraszania przez:

$$\frac{d\sigma_{el}}{d|t|} = \pi |F(s, t)|^2 \quad (5.9)$$

W przestrzeni parametru zderzenia amplituda rozpraszania może być wyrażona przez:

$$F(q, s) = i \int_0^\infty b db \left[1 - e^{i\chi(b, s)} \right] J_0(qb) \quad (5.10)$$

gdzie:

$q^2 = t = -4k^2 \sin^2 \frac{\Theta^*}{2}$ – jest przekazem czteropędu przy rozproszeniu o kąt Θ^* ;

b – wartość parametru zderzenia.

Część urojona i rzeczywista amplitudy rozpraszania wyrażają się zatem przez:

$$\text{Re}F(q, s) = bdb \left[e^{-\Omega(b, s)} \sin(\lambda \Omega(b, s)) \right] J_0(qb) \quad (5.11)$$

$$\text{Im}F(q, s) = bdb \left[1 - e^{-\Omega(b, s)} \cos(\lambda \Omega(b, s)) \right] J_0(qb) \quad (5.12)$$

W literaturze można spotkać kilka podejść do opisu rozpraszania opartego na obrazie optycznym. Jednym z problemów jest znalezienie odpowiedniej postaci funkcji $\rho(b)$ w równaniu 5.1. Wraz z pojawieniem się danych eksperymentalnych opisujących rozpraszanie przy coraz większych energiach rozwijały się próby kompleksowego opisu rozkładów materii hadronowej w sposób umożliwiający ich ekstrapolację z energii niższych do wyższych. Wyróżnić tutaj można przede wszystkim dwie główne hipotezy zachowania funkcji $\chi(b, s)$: skalowanie geometryczne i hipotezę faktoryzacji.

Skalowanie geometryczne polega na zwiększaniu rozmiarów ("rozciąganiu") protonu wraz ze wzrostem energii zderzenia. Operację taką można zapisać przez:

$$\chi(b, s) = i\Omega(b f_{GS}(s)) \quad (5.13)$$

gdzie:

$\Omega(b)$ – eikonał ustalony dla pewnej energii;

$f_{GS}(s)$ – funkcja opisująca zmianę skali rozkładu materii wraz z energią zderzenia.

Skalowanie geometryczne zostało wprowadzone w latach 70. [42] jako wynik analizy danych z eksperymentu ISR. W kolejnych latach słuszność takiego ujęcia, jako wystarczającego do opisanie zmian w amplitudach rozpraszania wraz z energią, została zakwestionowana.

Hipoteza faktoryzacji w opisie ewolucji amplitudy rozpraszania zakładała wprowadzenie do eikonału czynnika zależnego od energii. Wynikowy eikonał można wtedy wyrazić przez:

$$\chi(b, s) = i\Omega(b) f_{FH}(s) \quad (5.14)$$

gdzie:

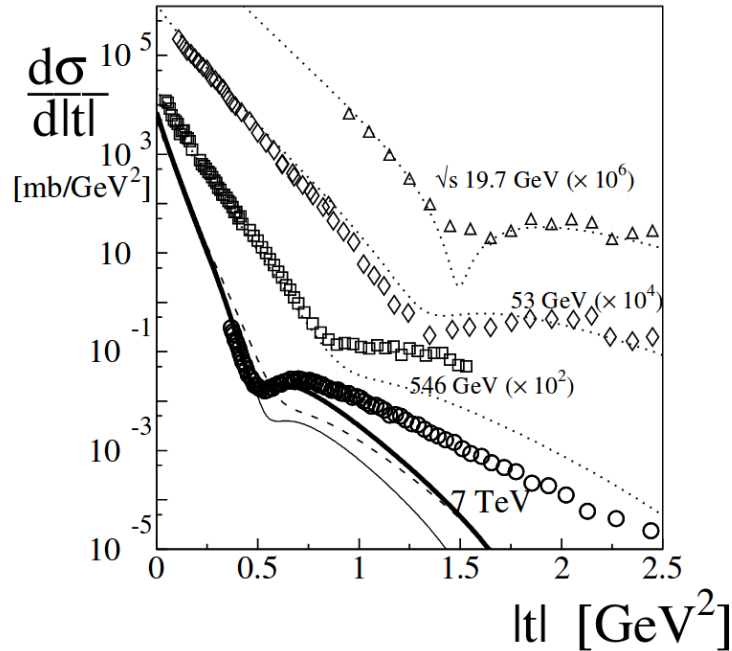
$f_{FH}(s)$ – czynnik skalujący pełniący funkcję stałej normalizacyjnej.

Konsekwencją takiego podejścia jest zachowanie rozmiaru rozpraszanych hadronów, za to zwiększanie ich gęstości wraz z energią zderzenia. Podejście, które zastosowałem w tej pracy, zawiera w sobie zarówno elementy skalowania geometrycznego, jak i faktoryzacji.

W pracach [43] i [44] dyskutowane były wyniki uzyskane dzięki zastosowaniu rozkładu następującej postaci:

$$\rho_h(\mathbf{b}) = \int dz \frac{m_h}{8\pi} e^{-m_h r} \quad (5.15)$$

Zastosowanie powyższego rozkładu pozwoliło na uzyskanie wartości amplitudy rozpraszania pozostającej w zgodności ze zmierzonymi rozkładami różniczkowych elastycznych przekrojów czynnych przy energiach sięgających $\sqrt{s} = 546$ GeV w eksperymencie SPS. Problem z poprawnym opisem danych pojawia się w eksperymencie LHC przy energii zderzenia $\sqrt{s} = 7$ TeV. Jak widać na rysunku 5.1 występuje zaniżanie wartości przekroju elastycznego dla większych wartości przekazu czteropędu (zderzenia bardziej centralne). W celu uzyskania poprawnych wartości również w tym zakresie należało zmodyfikować funkcję opisującą rozkład materii w protonie.



Rysunek 5.1. Wyniki dopasowań rozkładów materii hadronowej do elastycznych różniczkowych przekrojów czynnych dla zderzeń proton-proton przy energiach od 20 GeV do 7 TeV. Dopasowania wykonane zostały przy zastosowaniu prostego rozkładu materii w protonie zakładającego wykładniczy spadek gęstości wraz z promieniem. W dolnej części rysunku widoczny jest deficyt przekroju elastycznego dla większych wartości $|t|$.

Na rysunku 5.1 widoczna jest pozycja załamania, które może być interpretowane jako minimum obrazu dyfrakcyjnego, a którego położenie zmienia się z energią. Wartości amplitudy dla małych $|t|$ dają się z powodzeniem opisywać funkcją wykładniczą, ze współczynnikiem nachylenia B zmieniającym się również z energią zderzenia. Mamy wtedy:

$$\frac{d\sigma_{el}}{dt} = \frac{d\sigma_{el}}{dt} \Big|_{t=0} e^{-B|t|} \quad (5.16)$$

a całkowity przekrój czynny przy zastosowaniu twierdzenia optycznego wyraża się przez:

$$\sigma_{tot}^2 = \frac{16\pi(\hbar c)^2}{1 + \rho^2} \frac{d\sigma_{el}}{dt} \Big|_{t=0} \quad (5.17)$$

Wykorzystując powyższą zależność, eksperymenty takie jak ATLAS dokonują oszacowania całkowitego przekroju czynnego na podstawie dokładnych pomiarów wartości przekroju elastycznego przy małych przekazach czteropędu.

5.2. Wyniki dopasowań i ekstrapolacja przekrojów czynnych dla najwyższych energii

Lata pracy eksperymentów akceleratorowych zderzających cząstki na tarczach oraz przy użyciu wiązek przeciwbieżnych dostarczyły wielu cennych informacji na temat struktury materii. Na podstawie uzyskanych wyników powstały różne modele opisujące między innymi rozkład materii w protonie. Dla naszego zastosowania przydatny może okazać się opis mający swoje uzasadnienie w teorii pola, mówiący, że proton składa się z "twardego" rdzenia reprezentującego kwarki walencyjne (w promieniu do ok. 2 fm), powłoki ładunku barionowego (~ 0.44 fm) oraz zewnętrznej powłoki kondensatu kwarkowego (~ 0.86 fm) [45]. W naszych rozważaniach wystarczające wydaje się użycie modelu składającego się z dwóch frakcji. Ponieważ mówimy tutaj o modelu optycznym, większa gęstość w centrum będzie utożsamiana z mniejszą przezroczystością i większym prawdopodobieństwem rozpraszania. Gdyby gęstość materii hadronowej po prostu malała wraz z promieniem wykładniczo, jej dwuwymiarowy rozkład w płaszczyźnie prostopadłej do osi zderzenia można by w reprezentacji parametru zderzenia b wyrazić przez:

$$D(b) = \frac{m^2}{4\pi} mb K_1(mb) \quad (5.18)$$

gdzie K_1 jest funkcją Bessela pierwszego rodzaju. Odpowiada to analogicznemu opisowi w przestrzeni przekazu czteropędu q^2 :

$$D(b) = \frac{1}{2\pi} \left(1 + \frac{q^2}{m^2} \right)^{-2} \quad (5.19)$$

W obydwu przypadkach parametr m jest funkcją energii zderzenia. Opis, którego użyłem w proponowanym modelu optycznym, zakłada, że wynikowy rozkład materii hadronowej jest złożony z dwóch części składowych.

Wprowadzamy funkcję rozkładu materii hadronowej opisującą twarde rdzeń protonu o małych rozmiarach i gęstości szybko malejącej wraz z promieniem oraz zewnętrzną chmurę materii hadronowej o gęstości mniejszej w centrum i wolniej malejącej, za to sięgającej dalej. Dla obydwu frakcji spadek gęstości wraz z promieniem opisujemy funkcją wykładniczą. Zakładając, że rozkład materii zmienia się wraz z energią zderzenia, otrzymujemy model zawierający cztery zależne od energii parametry – dwie stałe normalizacyjne $c_1(s)$ i $c_2(s)$ oraz dwa nachylenia $m_1(s)$ i $m_2(s)$:

$$\rho_h(\mathbf{r}) = \frac{1}{8\pi} \left(c_1(s)m_1(s)^3 e^{-m_1(s)|\mathbf{r}|} + c_2(s)m_2(s)^3 e^{-m_2(s)|\mathbf{r}|} \right) \quad (5.20)$$

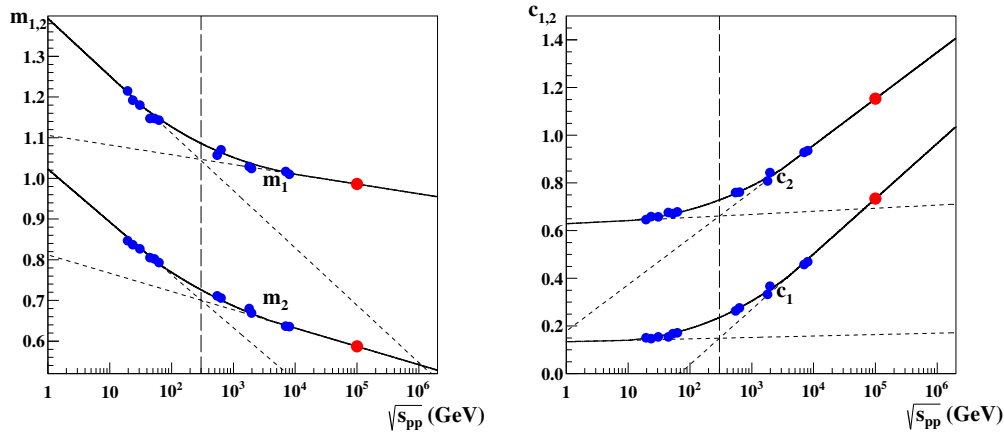
Odpowiednikiem równania 5.1 jest funkcja:

$$D(r(x, y)) = c_1 \frac{m_1(s)^2}{4\pi} m_1(s) r K_1(m_1(s)r) + c_2(s) \frac{m_2(s)^2}{4\pi} m_2(s) r K_1(m_2(s)r) \quad (5.21)$$

Cztery zależne od energii zderzenia parametry zostały dobrane tak, aby korzystając z równań 5.2, 5.3, 5.10 oraz 5.9, uzyskać zgodność ze zmierzonymi różniczkowymi elastycznymi przekrojami czynnymi.

W wyniku dopasowań otrzymałem zależności energetyczne przedstawione na rysunkach 5.2. Podobne zależności były już przeze mnie publikowane w pracy z 2016 roku [46]. W kolejnych latach zostały one w niewielkim stopniu zmodyfikowane, dzięki czemu uzyskano lepszą zgodność z danymi eksperymentalnymi.

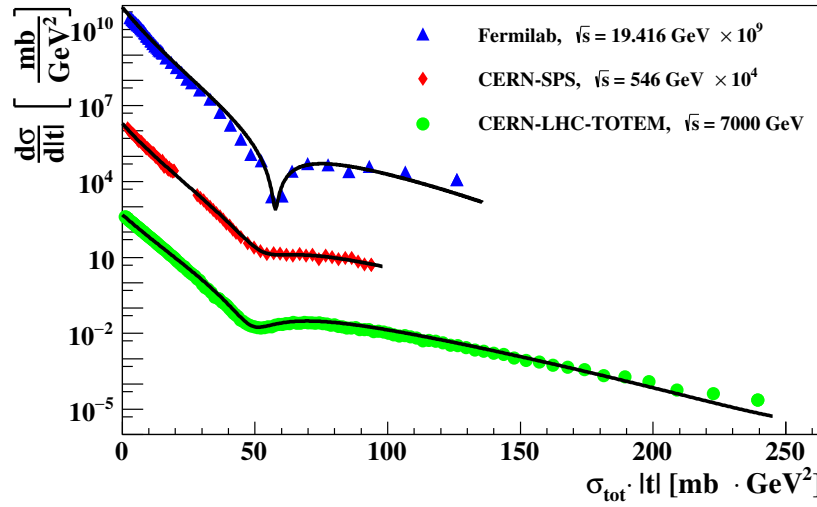
Przedstawione wykresy ilustrują liniowe zależności od logarytmu energii dla wszystkich czterech parametrów, przy czym nachylenia przedstawionych prostych są różne w zakresie niskich i wysokich energii. Zmiana następuje w okolicach $\sqrt{s} \approx 300$ GeV. Parametry z numerem 1 opisują bardziej gęste rdzeń znajdujący się w centrum protonu, którego gęstość szybko spada wraz



Rysunek 5.2. Zależności energetyczne parametrów rozkładu materii hadronowej w protonie dla przedstawionego modelu optycznego. Po lewej stronie przedstawiono zależności nachyleń funkcji opisujących wykładniczy spadek gęstości materii wraz z promieniem (m_1 i m_2), po prawej zależności energetyczne stałych normalizacyjnych dla obydwu składowych struktury protonu (c_1 i c_2)

z promieniem. Parametry z numerem 2 opisują chmurę materii otaczającą rdzeń, o mniejszej gęstości i wolniejszym jej spadku z odległością od centrum. Wartości stałych normalizacyjnych rosną wraz z energią zderzenia, co wskazuje na zwiększanie się gęstości, a tym samym "silniejsze" oddziaływanie dla energii większych. Przejawem tego są rosnące przekroje czynne. Również nachylenia funkcji wykładniczych zmniejszają swoje wartości wraz z energią. Wolniejszy spadek gęstości z promieniem należy interpretować jako zwiększenie zasięgu oddziaływania w przestrzeni parametru zderzenia. Niebieskie punkty na wykresach reprezentują wartości dające najlepsze dopasowania do danych eksperymentalnych. Punkty czerwone postawione są w miejscu odpowiadającym energii $\sqrt{s} = 13$ TeV, dla której w najbliższym czasie spodziewać się można publikacji różniczkowych elastycznych przekrojów czynnych. Wykresy przedstawiające szczegółowe dopasowania dla wszystkich energii, przy których dane były brane pod uwagę podczas tworzenia modelu, zamieszczone zostały w dodatku B.

Na rysunku 5.3 pokazane zostały zgodności dopasowania amplitud rozpraszania z różniczkowymi elastycznymi przekrojami czynnymi zmierzonymi przy trzech przykładowych energiach w trzech eksperymentach. Wartości na osi odciętych pomnożone zostały przez całkowity przekrój czynny zmierzony przy danej energii, natomiast wartości na osi rzędnych przez 10^4 i 10^9 przy energii zderzenia $\sqrt{s}$ równej odpowiednio 546 GeV i 19.4 GeV. Ten sposób prezentacji ma na celu porównanie uzyskanych amplitud rozpraszania przy różnych energiach. Rozkłady różniczkowych elastycznych przekro-



Rysunek 5.3. Wyniki dopasowań rozkładów materii hadronowej w protonie do różniczkowych elastycznych przekrojów czynnych dla trzech przykładowych energii. Punkty reprezentują dane eksperymentalne [47–51], ciągłe linie dopasowania uzyskane podczas budowania modelu.

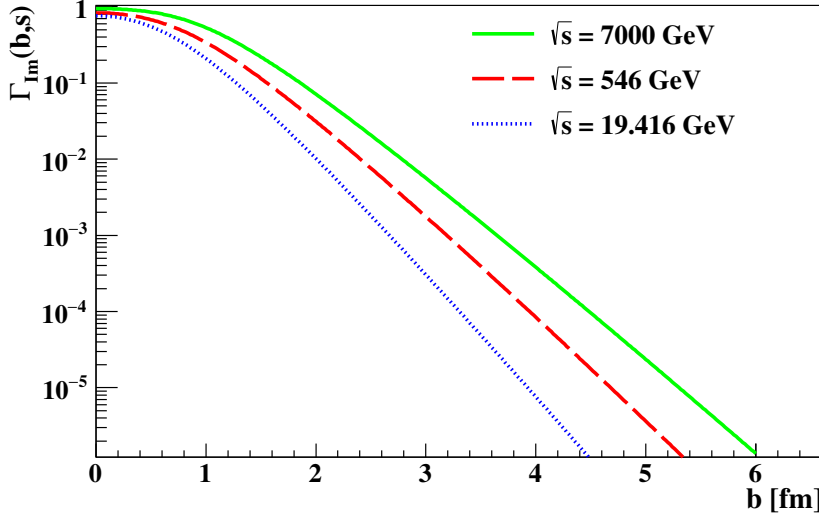
jów czynnych łączą się z całkowitym przekrojem czynnym przez twierdzenie optyczne 5.17. W celu wykonania dopasowań przygotowałem programy obliczeniowo-fitujące przy użyciu pakietu ROOT [52]. Zastosowane algorytmy korzystają z procedur TMinuit.

W przeszłości dyskutowana była hipoteza BEL (Blackmer, Edgier, Larger) [53], zgodnie z którą proton staje się mniej przezroczysty i przestrzennie większy o silniej zarysowanej krawędzi w sensie geometrycznej interpretacji oddziaływania elastycznego wraz ze wzrostem energii zderzenia. Prace z ostatnich lat oraz prezentowane tutaj wyniki wskazują, jakoby bliższa prawdy była hipoteza BnEL [54] mówiąca o tym, że proton wraz ze wzrostem energii faktycznie staje się mniej przezroczysty i większy, jednak krawędź rozkładu materii hadronowej nie staje się ostrzejsza. W celu wizualizacji przestrzennych rozmiarów opisywanego protonu posłużymy się funkcją nieprzezroczystości analogiczną do opisanej równaniem 5.5. Ograniczymy się jednak do wykreślenia tej zależności tylko dla części urojonej. Definiujemy zatem funkcję $\Gamma_{\text{Im}}(b)$ jako:

$$\Gamma_{\text{Im}}(b) = 1 - e^{-\Omega(b)} \quad (5.22)$$

W takim ujęciu zależność nieprzezroczystości dla trzech przykładowych energii została pokazana na rysunku 5.4. Widać na nim, że zasięg oddziaływania zwiększa się wraz ze wzrostem energii zderzenia, a co za tym idzie –

rośnie również przekrój czynny. Zgodnie z równaniem 5.3 zależność pomiędzy urojoną, a rzeczywistą częścią potencjału jest liniowa z czynnikiem $\lambda(s)$ dla zadanej energii.



Rysunek 5.4. Wykresy funkcji nieprzezroczystości $\Gamma_{Im}(b, s)$ protonu od parametru zderzenia b dla trzech przykładowych energii. Wartości na wykresach pochodzą od części urojonej potencjału rozpraszającego.

Amplitudy rozpraszania pokazane na rysunku 5.3 i w dodatku B są w rzeczywistości sumą kwadratów części urojonej i rzeczywistej obliczonych amplitud rozpraszania. Ich stosunek został wprowadzony do obliczeń poprzez zależność energetyczną funkcji $\lambda(s)$, sparametryzowaną w następujący sposób zaczerpnięty z [41]:

$$\lambda(s) = \frac{A_1 \ln(s/s_0)}{1 + A_2 [\ln(s/s_0)] + A_3 [\ln(s/s_0)]^2} \quad (5.23)$$

Na potrzeby opisywanego modelu dopasowane zostały nowe parametry funkcji $\lambda(s)$ przedstawione w tabeli 5.2.

Tabela 5.1. Parametry funkcji $\lambda(s)$ użytej w modelu.

parametr	wartość
$s_0 [GeV]^2$	472.6
A_1	$6.86 \cdot 10^{-2}$
A_2	$1.83 \cdot 10^{-1}$
A_3	$1.77 \cdot 10^{-2}$

Wprowadzone jest tutaj przybliżenie polegające na tym, że wartość funkcji $\lambda(s)$ nie jest zależna od przekazu czteropędu q , co nie musi być prawdą.

Brak jednak danych, które rozstrzygałyby sprawę takiej zależności. Kształt $\lambda(s)$, jak już zostało wspomniane, jest bardzo zbliżony do energetycznej zależności $\rho(s)$ opisanej równaniem 5.4, która wyraża stosunek części rzeczywistej do części urojonej amplitudy rozpraszania przy przekazie czteropędu bliskim zeru. $\rho(s)$ jest wartością mierzalną w eksperymentach akceleratorowych. Podobieństwo pomiędzy $\lambda(s)$ a $\rho(s)$ wraz z danymi eksperymentalnymi pokazuje rysunek 5.5. Opublikowana ostatnio w pracy [55] niższa niż spodziewana wartość $\rho(s)$ dla zderzeń pp przy energii 13 TeV może wskazywać na istnienie odderonu, kwazicząstki, której istnienie postulowano już w latach 70. [56], a która jest interpretowana jako stany związane nieparzystej liczby gluonów. Uwzględnienie odderonu w modelach optycznych powoduje zmniejszenie wartości $\rho(s)$ dla zderzeń pp i jej zwiększenie dla zderzeń $p\bar{p}$ [57], co tłumaczyłoby dane na rysunku 5.5 dla energii zderzenia $\sqrt{s} > 0.5$ TeV. Jeżeli odderon istnieje, jego wkład musiałby być widoczny w postaci funkcji $\chi(b)$ w sposób:

$$\chi(b) = -i[\text{Pomeron}(b) + \text{Odderon}(b)] \quad (5.24)$$

gdzie:

$\text{Pomeron}(b)$ – część pochodząca od pomeronu jest głównie urojona, podczas gdy wkład od odderonu $\text{Odderon}(b)$ jest w znaczącej części rzeczywisty [58].

Do czasów eksperymentu ISR panowało przekonanie, że wraz ze wzrostem energii zderzenia całkowity przekrój czynny na zderzenia pp , $p\bar{p}$ maleje do wartości asymptotycznych. Pomiar przekrojów czynnych dokonane w zakresie $\sqrt{s}$ od 23.5 do 62.5 GeV wykazały jednak ich wzrost z energią. Okazało się, że zachowanie całkowitego przekroju czynnego można opisać postulowaną wcześniej przez Froissarta zależnością od $\ln^2 s$ [59]. Dalsze prace doprowadziły do teoretycznego ograniczenia na wartość całkowitego przekroju czynnego na zderzenia hadronów pod postacią twierdzenia Froissarta-Łukaszuka-Martina [59–61], zgodnie z którym, gdy energia zderzenia dąży do nieskończoności, wartość przekroju ograniczona jest następująco:

$$\sigma_{tot}(s) \leq \frac{\pi}{m_\pi^2} \log^2\left(\frac{s}{s_0}\right) \quad (5.25)$$

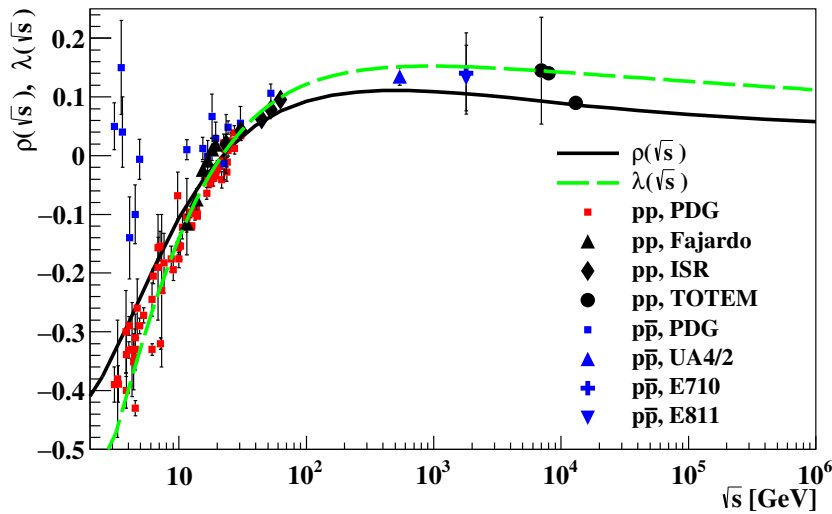
gdzie:

m_π – masa mezonu π , najlżejszej cząstki, która może być nośnikiem oddziaływań pomiędzy protonami;

s_0 – stała skalująca energię, która została oszacowana na $s_0 = m_\pi^2 \sqrt{2}/(17\pi^{3/2})$ [62].

Powyższe ograniczenie wynika z twierdzenia optycznego oraz zawiera założenie o unitarności macierzy rozpraszania. Dane eksperymentalne wskazują niższe wartości całkowitego przekroju czynnego na rozpraszanie hadronów, niżby to wynikało z przedstawionego ograniczenia [63].

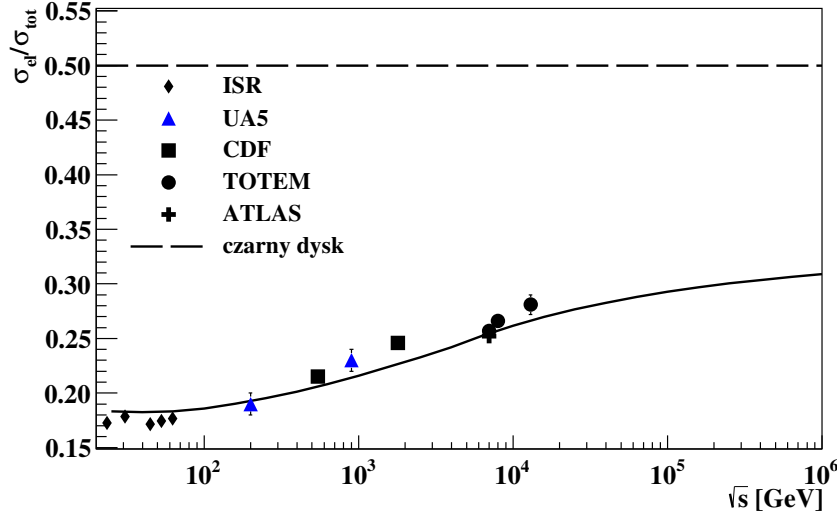
Z czasem pojawiły się również próby tłumaczenia wzrostu przekroju między innymi istnieniem wspomnianego wcześniej odderonu [56]. Do chwili obecnej przyczyny wzrostu wartości przekroju czynnego z energią zderzenia nie są do końca jasne.



Rysunek 5.5. Zależności funkcji $\lambda(s)$ użytej w modelu oraz $\rho(s)$ jako wynik uzyskany z modelu na tle danych eksperymentalnych prezentujących stosunek części rzeczywistej do urojonej amplitudy rozpraszania przy zerowym przekazywaniu czterosłupu [64–71, 55]. Punkty czerwone i czarne odpowiadają danym dla zderzeń proton-proton, niebieskie dla zderzeń proton-antypoton.

Rozkłady parametrów przedstawione na rysunkach 5.2 i 5.5 pozwalają na obliczenie elastycznych i nieelastycznych przekrojów czynnych w szerokim zakresie energii. Natura zmieniającego się z energią rozkładu materii hadronowej ma swoje odzwierciedlenie w wartościach przekrojów, a także w często dyskutowanym stosunku wartości przekroju elastycznego do całkowitego. W dodatku C pokazano, że w przypadku rozpraszania na czarnym dysku wartość σ_{el}/σ_{tot} zbiega do 0.5. Pomiary przekrojów wykonane przy eksperymencie ISR [72] wskazywały stałą wartość na poziomie około 0.18 dla pięciu punktów na skali energii, co było zgodne z hipotezą skalowania geometrycznego. Zgodnie z tą hipotezą proton wraz z energią zderzenia zwiększa swoje rozmiary, zachowując normalizację, co prowadzi do utrzymania stosunku σ_{el}/σ_{tot} na stałym poziomie. Jednakże późniejsze pomiary w eksperymencie SPS przy energii $\sqrt{s} = 546$ GeV wykazały $\sigma_{el}/\sigma_{tot} = 0.215$ [73], co ostatecznie doprowadziło

do zmodyfikowania hipotezy skalowania geometrycznego. Najnowsze dane z eksperymentu LHC przy energii $\sqrt{s} = 13$ TeV wskazują na najwyższą do tej pory zarejestrowaną wartość $\sigma_{el}/\sigma_{tot} = 0.281$ [74]. Wartość ta (jak i inne zaobserwowane przy energii 13 TeV) w momencie publikacji była zaskoczeniem i spowodowała wskazanie kierunku ekstrapolacji do wyższych energii.



Rysunek 5.6. Stosunek elastycznego do całkowitego przekroju czynnego obliczonego na podstawie proponowanego modelu. Czarna linia przedstawia wyniki dla opisywanego modelu, linia przerywana ograniczenie dla rozpraszania na czarnym dysku. Punkty odpowiadają danym pomiarowym z eksperymentów akceleratorowych [72, 39, 70, 75, 74, 76, 77].

W równaniu 5.16 występuje parametr B pełniący funkcję nachylenia funkcji wykładniczej, którą opisywany jest różniczkowy elastyczny przekrój czynny w zakresie małych wartości $|t|$. Jest on bardzo często dyskutowany w literaturze tematu jako parametr nadający się do porównywania danych eksperymentalnych oraz modeli opisujących rozpraszanie elastyczne. Ze względu na wykładniczy spadek wartości różniczkowego przekroju elastycznego oraz fakt, że przekrój ten osiąga maksimum dla najmniejszych wartości przekazu czteropędu, zakres najmniejszych $|t|$ wnosi główny wkład do całości przekroju elastycznego. Można zatem, korzystając z faktu funkcjonowania twierdzenia optycznego, wiązać parametr B z elastycznym i całkowitym przekrojem czynnym. Próby takiego opisu są czynione np w postaci:

$$B(s) = \frac{\sigma_{tot}^2(s)}{16\pi\sigma_{el}(s)} \quad (5.26)$$

co wynika z równań 5.16 i 5.17. Patrząc na rysunek 5.5, widzimy, że maksymalna wartość parametru ρ osiąga wartość około 0.10. Można zatem założyć,

że człon $1 + \rho(s)^2$ daje zanedbywalnie mały wkład z równania 5.17, co jest uwzględnione w 5.26. Warto tutaj wspomnieć również o historycznym ograniczeniu całkowitego przekroju czynnego z lat 60., zwanym pod pojęciem ograniczenia MacDowella-Martina [89], które wyrażało się przez:

$$B(s) \geq \frac{\sigma_{tot}^2(s)}{18\pi\sigma_{el}(s)} \quad (5.27)$$

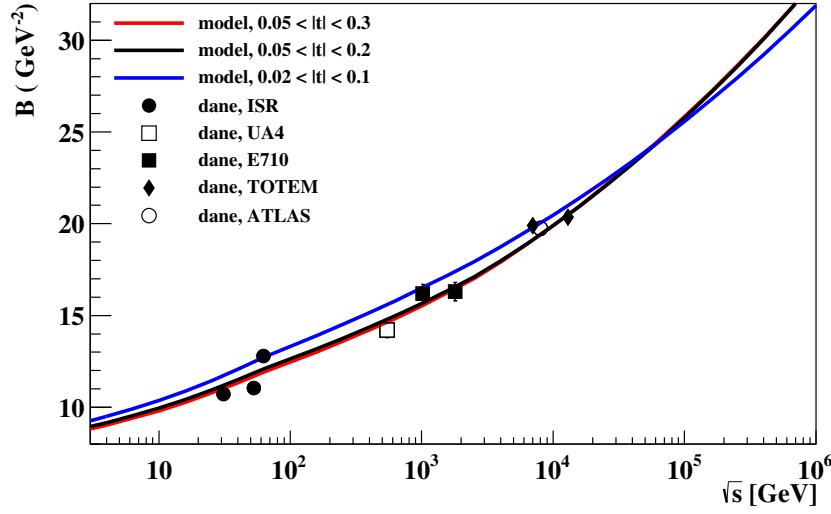
oraz innym jego ujęciu:

$$\sigma_{tot}^2(s) \leq 18\pi B(s)\sigma_{el}(s) \quad (5.28)$$

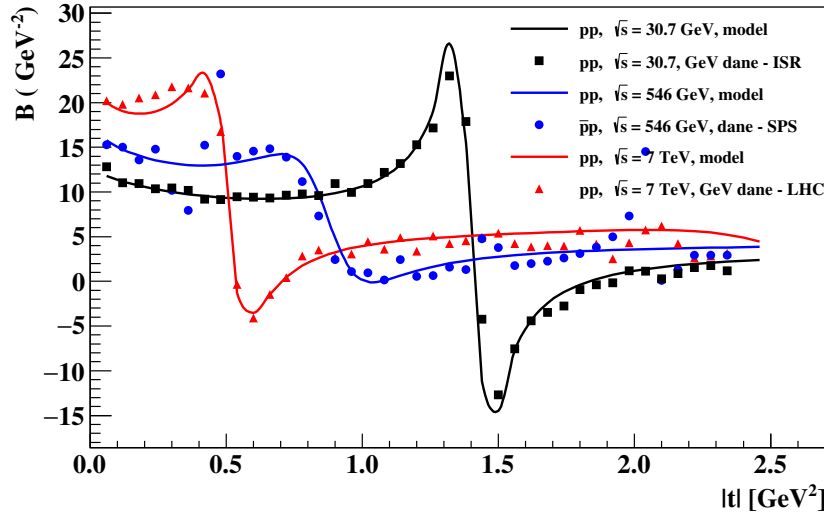
Porównywanie obliczonych na podstawie modelu i potwierdzonych eksperymentalnie wartości parametru B jest trudne ze względu na to, że prezentowane dane wyznaczane są na podstawie analizy w pewnym zakresie przekazu czteropędu $|t|$. W tabeli 5.3 zestawione są wartości B wyznaczone w różnych zakresach na podstawie danych z różnych eksperymentów. Zmienność parametru B w funkcji $|t|$ została pokazana na rysunku 5.8. Wartości pokazane na rysunku otrzymane zostały przez dopasowanie funkcji $e^{-B|t|}$ do rozkładów $\frac{d\sigma_{el}}{dt}$ zarówno otrzymanych z modelu (linie), jak i danych eksperymentalnych (punkty). Dopasowanie wykonałem w przedziale $\Delta|t| = 1.2 \text{ GeV}^2$, przy czym wartość zaznaczona na rysunku odpowiada wartości B dla środka przedziału, w którym wykonane zostało dopasowanie. Analiza poczyniona dla trzech różnych energii zderzenia pozwala zaobserwować zmienną naturę amplitudy rozpraszania. Rysunek 5.7 prezentuje porównanie wartości parametru B w funkcji energii zderzenia dla małych $|t|$. Linie reprezentują wyniki modelu dla różnych zakresów $|t|$, punkty natomiast są wybrane z tabeli 5.3.

Zaprezentowane wyżej porównania wielu wartości charakteryzujących opracowany model optyczny z danymi eksperymentalnymi pozwalają na stwierdzenie dobrej zgodności proponowanego opisu rozpraszania z rzeczywistością, przynajmniej w zakresie energii, dla którego do chwili obecnej wykonane zostały pomiary.

Linijowe (w skali logarytmicznej) zależności wartości parametrów charakteryzujących rozkład materii hadronowej w protonie pozwalają na dokonanie dość śmiałej, acz uzasadnionej ekstrapolacji modelu do wyższych energii. Na podstawie równań: 5.6, 5.7 i 5.8 obliczono wartości elastycznych, nieelastycznych i całkowitych przekrojów czynnych dla zderzeń proton-proton. Zależności energetyczne tych przekrojów na tle dostępnych danych pomiarowych pokazane są na rysunku 5.9. Czarne punkty reprezentują wyniki z



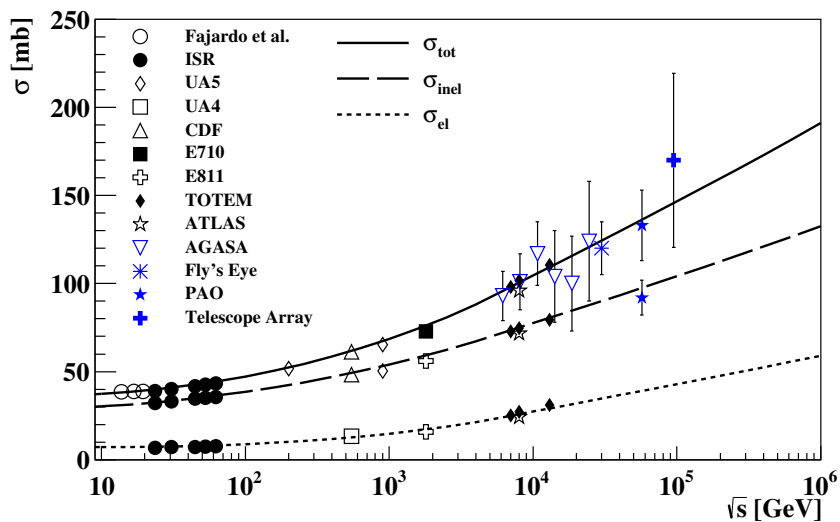
Rysunek 5.7. Porównanie wartości parametru B omawianego modelu wyznaczonego dla różnych zakresów przekazu czteropędu z danymi eksperymentalnymi. Punkty na wykresie przedstawiają wartości wybrane z tabeli 5.3.



Rysunek 5.8. Porównanie wartości wykładnika B . Pokazane na rysunku wartości zostały wyznaczone poprzez dopasowanie do rozkładów $\frac{d\sigma_{el}}{dt}$ dla trzech przykładowych energii w przypadku danych eksperymentalnych (punkty) i opisywanego modelu (linie).

eksperymentów akceleratorowych pozwalających na bezpośrednie pomiary przekrojów. Punkty niebieskie dotyczą eksperymentów, których zadaniem był pomiar wielkich pęków atmosferycznych. W ich przypadku możliwy jest jedynie obarczony dość dużym błędem pomiar wartości przekroju na oddziaływanie cząstki pierwotnej z jądrem znajdującym się w atmosferze, o czym będzie mowa w rozdziale 6. Typ cząstki pierwotnej (masa jądra "wiązki", jak

i masa jądra "tarczy") nie jest dokładnie określony, wyznaczenie zaś wartości przekroju na zderzenie proton-proton wymaga użycia teorii wiążącej opis zderzeń jąder ze zderzeniami protonów. Powszechnie używana teoria Glaubera została opisana w następnym podrozdziale.



Rysunek 5.9. Porównanie wartości obliczonych przekrojów: elastycznego σ_{el} , nieelastycznego σ_{inel} i całkowitego σ_{tot} z danymi eksperymentalnymi [65, 68, 70, 72–75, 77, 85–88, 103, 104]. Czarne punkty reprezentują wartości przekrojów zmierzonych w eksperymentach akceleratorowych, niebieskie dotyczą eksperymentów mierzących promieniowanie kosmiczne.

5.3. Model optyczny dla zderzeń p-jądro i jądro-jądro

Problem określenia wartości nieelastycznego przekroju czynnego na zderzenia proton-jądro i jądro-jądro przy energiach obserwowanych w promieniowaniu kosmicznym jest problemem fundamentalnym dla analizy danych zebranych podczas pomiaru WPA w atmosferze. Nieelastyczny przekrój czynny wpływa na miejsce pierwszego oddziaływania cząstki pierwotnej promieniowania kosmicznego. Natura oddziaływania przy najwyższych energiach określa krotność cząstek wtórnych i ma znaczenie dla dalszego rozwoju WPA. Nieelastyczne zderzenie dwóch jąder jest zjawiskiem na tyle skomplikowanym, że niemożliwy staje się opis na gruncie teoretycznym. Stosuje się zatem modele podobne do opisanych w poprzednim rozdziale, uogólnione na przypadek zderzeń jąder. Silny wkład w rozwój modeli optycznych w opisie oddziaływań jąder miał model "zranionych nukleonów" (WNM model¹) zaproponowany i rozwijany od ponad 40 lat przez A. Białasa, W. Czyżę i współpracowników [105]. Model zakładał, że produkcja cząstek w oddziaływaniu nieelastycznym jest superpozycją wkładów pochodzących od niezależnych oddziaływań pomiędzy nukleonami. Nukleony biorące udział w oddziaływaniu nazwano właśnie zranionymi. Eksperymenty przeprowadzone w latach 70. w laboratoriach Fermilab i CERN, pokazały, że krotności cząstek naładowanych produkowanych w oddziaływaniach hadronów z jądrami rosną wolniej niż liczba niezależnych zderzeń nukleon-nukleon, która może być wyrażona przez średnią liczbę oddziaływań hadronowych:

$$\nu = \frac{A\sigma_{hp}}{\sigma_{hA}} \quad (5.29)$$

gdzie:

A – liczba masowa jądra;

σ_{hp} , σ_{hA} – wartości przekrojów na zderzenia hadron-proton i hadron-jądro odpowiednio.

Uogólnienie na przypadek zderzenia jądro-jądro o liczbach masowych A i B będzie wyglądało następująco:

$$\nu_{AB} = \frac{A\sigma_{hB}}{\sigma_{AB}} + \frac{B\sigma_{hA}}{\sigma_{AB}} \quad (5.30)$$

Dane eksperymentalne pozwoliły na wyznaczenie stosunku liczby cząstek naładowanych produkowanych w zderzeniach hadron-jądro do tych produkowanych w zderzeniach hadron-proton. Stosunek ten można wyrazić przez:

¹ WNM – Wounded Nucleon Model – model zranionych nukleonów.

$$R = \frac{\langle n \rangle_{hA}}{\langle n \rangle_{hp}} = \frac{1 + \nu}{2} \quad (5.31)$$

Zatem wiedza o krotności cząstek naładowanych produkowanych w oddziaływaniu hadron-proton oraz oszacowanie liczby "zranionych" nukleonów w oddziaływaniu z jądrem powinna być wystarczająca do wyznaczenia liczby cząstek wyprodukowanych podczas zderzeń hadron-jądro. W badaniach rozwoju WPA sytuacja jest bardziej skomplikowana, ponieważ wartości wyznaczone eksperymentalnie muszą być ekstrapolowane do znacznie wyższych energii. W latach 1977–1978 pojawiła się idea, aby w modelu nukleony biorące udział w oddziaływaniu zastąpić kwarkami [106, 107].

Model zderzeń z udziałem jąder atomowych, którego użyłem do uzyskania wyników opisywanych w tej pracy, jest modelem optycznym. Przekroje zostały obliczone na podstawie teorii R. J. Glaubera sformułowanej w latach 50. ubiegłego stulecia [34] oraz na podstawie funkcjonujących w literaturze metod przybliżonych. W każdym przypadku do obliczeń użyty będzie rozkład materii hadronowej w protonie opisany w poprzednim podrozdziale.

5.3.1. Rozpraszanie proton-jądro w teorii Glaubera

Podobnie jak w modelu zranionych nukleonów w przybliżeniu Glaubera funkcjonuje założenie, że wynikowa amplituda rozpraszania protonu na jądrze jest superpozycją amplitud cząstkowych pochodzących od rozpraszania protonów na każdym z nukleonów z osobna. Możemy zatem wprowadzić eikonał odpowiedni dla jądra o liczbie masowej A opisujący wypadkowe przesunięcie fazowe w amplitudzie rozpraszania:

$$\chi_A(\vec{b}, \{\mathbf{d}\}) = \sum_{j=1}^A \chi(\vec{b} - \vec{d}_j) \quad (5.32)$$

gdzie:

$\{\mathbf{d}\}$ reprezentuje rozkład nukleonów w jądrze;

$\vec{d}_j$ położenie j -tego nukleonu w płaszczyźnie prostopadłej do osi zderzenia;

$\chi(\vec{b} - \vec{d}_j)$ jest eikonalem z równania 5.3.

Amplituda rozpraszania może być teraz wyrażona przez:

$$F(t) = \frac{i}{2\pi} \int e^{i\mathbf{t}\mathbf{b}} d^2\mathbf{b} \int |\varphi(\{\mathbf{d}\})|^2 \left\{ 1 - e^{i\chi_A(b, \{\mathbf{d}\})} \right\} \prod_{j=1}^A d^2\mathbf{d}_j \quad (5.33)$$

Funkcja φ jest funkcją falową jądra z rozkładem nukleonów danym przez

$\{\mathbf{d}\}$. Zależność pomiędzy φ a rozkładem ρ wewnątrz jądra możemy zapisać jako:

$$|\varphi(\{\mathbf{d}\})|^2 = \prod_{j=1}^A \rho_j(\mathbf{d}_j) \quad (5.34)$$

gdzie rozkład materii w jądrze jest unormowany ($\int \rho_j(\vec{r}) d^3\vec{r} = 1$). Równanie 5.34 jest słuszne przy braku przestrzennej korelacji pomiędzy nukleonami w jądrze.

Kolejne założenie polega na tym, że poszczególne zderzenia nukleon-nukleon mają taką samą naturę, co znaczy, że mogą być opisywane przez jedną funkcję reprezentującą indywidualne przesunięcia fazowe:

$$F(t) = \frac{i}{2\pi} \int e^{i\mathbf{t}\mathbf{b}} d^2\mathbf{b} \int \prod_{j=1}^A \rho_j(\mathbf{d}_j) \left\{ 1 - e^{i \sum_{j=1}^A \chi(\mathbf{b}-\mathbf{d}_j)} \right\} d^2\mathbf{d}_j = \frac{i}{2\pi} \int e^{i\mathbf{t}\mathbf{b}} d^2\mathbf{b} \left\{ 1 - \int \prod_{j=1}^A \rho_j(\mathbf{d}_j) e^{i\chi(\mathbf{b}-\mathbf{d}_j)} d^2\mathbf{d}_j \right\} \quad (5.35)$$

Z drugiej strony proces rozpraszania nukleonu na jądrze może być traktowany w przybliżeniu optycznym jako pojedynczy akt zderzenia z właściwym sobie przesunięciem fazowym $\chi_{\text{opt}}(b)$:

$$F(t) = \frac{i}{2\pi} \int e^{i\mathbf{t}\mathbf{b}} \left\{ 1 - e^{i\chi_{\text{opt}}(b)} \right\} d^2\mathbf{b} \quad (5.36)$$

Porównanie wyrażeń 5.35 i 5.36 pozwala opisać relację pomiędzy "przezroczystością" jądra i pojedynczego nukleonu:

$$e^{i\chi_{\text{opt}}(b)} = \int |\varphi(\{\mathbf{d}\})|^2 e^{i \sum_{j=1}^A \chi_j(\mathbf{b}-\mathbf{d}_j)} d^2\mathbf{d}_j = \langle e^{i\chi(b, \{\mathbf{d}\})} \rangle \quad (5.37)$$

Aby policzyć całkę w powyższym równaniu, niezbędna jest informacja o kształcie rozkładu nukleonów w jądrze. W opisywanym przypadku użyłem rozkładu Woods-Saxona [108] z parametryzacją zaczerpniętą z pracy [109]. Nie jest to jednak jedyny rozkład, za pomocą którego podejmowano próbę opisu rozkładu jądrowego. W literaturze można spotkać takie podejścia jak np. rozkład oscylatora harmonicznego (HO) i jego rozszerzenie – zmodyfikowany rozkład oscylatora harmonicznego. Te dwa rozkłady są używane do opisu jąder o liczbie masowej $A < 18$. Użyty tutaj rozkład Woods-Saxona jest jednoznaczny z tzw. 2-parametrowym rozkładem Fermiego (2pF), którego rozwinięciem jest trójparametrowy rozkład Fermiego (3pF). Informację na temat wszystkich wspomnianych tutaj rozkładów można uzyskać z pracy

[110]. Dane zawarte w przytoczonej wcześniej publikacji charakteryzujące rozkłady w jądrze pochodzą głównie z eksperymentów dotyczących rozpraszania elektronów na jądrach atomowych, co można traktować jako przejaw interdyscyplinarności nauki, w tym przypadku w zakresie nauk fizycznych. Zastosowany potencjał Woodsa-Saxona wyraża się przez:

$$\rho_A(d) = \frac{\rho_0}{\left(1 + \frac{d-R_0}{a}\right)} \quad (5.38)$$

gdzie:

d – odległość do środka jądra;

R_0 – wielkość charakteryzująca promień jądra atomowego;

a – tzw. grubość naskórkowa jądra.

Powyższe rozważania prowadzą do następującej postaci eikonu dla jądra:

$$\chi_{\text{opt}}(b) = i \int d^2 \mathbf{d} \rho_A(d) \left(1 - e^{i\chi(\mathbf{b}-\mathbf{d})}\right) \quad (5.39)$$

Tak wyznaczona funkcja może być użyta w równaniach A.50, A.53 i A.52 w zamian za $\chi(b)$ do wyznaczenia wartości elastycznych, nieelastycznych i całkowitych przekrojów czynnych dla zderzeń proton-jądro.

5.3.2. Rozpraszanie jądro-jądro w teorii Glaubera

Opisany wcześniej przypadek rozpraszania proton-jądro można uogólnić na przypadek rozpraszania dwóch jąder po A i B nukleonów. Jako że bierzemy pod uwagę przesunięcia fazowe pochodzące od indywidualnych aktów oddziaływania w parach nukleon-nukleon, amplituda rozpraszania będzie się teraz wyrażać przez:

$$\begin{aligned} F(t) &= \frac{i}{2\pi} \int e^{i\mathbf{t}\mathbf{b}} d^2 \mathbf{b} \cdot \\ \left\{ 1 - \int d^2 \mathbf{d}_i \prod_{i=1}^A \rho_A(\mathbf{d}_i) \int d^2 \mathbf{d}_j \prod_{j=1}^B \rho_B(\mathbf{d}_j) e^{i\chi(\mathbf{b}-\mathbf{d}_i-\mathbf{d}_j)} \right\} &= \\ = \frac{i}{2\pi} \int e^{i\mathbf{t}\mathbf{b}} d^2 \mathbf{b} \left\{ 1 - \int d^2 \mathbf{d}_i \rho_{AB}(\mathbf{d}_i) e^{i\chi(\mathbf{b}-\mathbf{d}_i)} \right\} \end{aligned} \quad (5.40)$$

Kombinacja rozkładów nukleonów w obydwu jądrach wyraża się tutaj przez:

$$\rho_{AB}(b) = \int d^2 \mathbf{d}_i \prod_{i=1}^A \rho_A(\mathbf{b} - \mathbf{d}_i) \int d^2 \mathbf{d}_j \prod_{j=1}^B \rho_B(\mathbf{d}_j) \quad (5.41)$$

Można teraz napisać funkcję "przezroczystości" w zderzeniu jądro-jądro w analogii do równania 5.37.

$$\begin{aligned} e^{i\chi_{AB}(b)} &= \int d^2\mathbf{d}_i \rho_{AB}(\{\mathbf{d}\}) e^{i\sum_{i=1}^A \sum_{j=1}^B \chi(\mathbf{b}-\mathbf{d}_i-\mathbf{d}_j)} = \\ &= \left\langle e^{i\chi(b, \{\mathbf{d}_A\}, \{\mathbf{d}_B\})} \right\rangle \end{aligned} \quad (5.42)$$

Ostatecznie amplituda rozpraszania dla układu jądro-jądro przybiera postać:

$$F(\mathbf{t}) = \frac{i}{2\pi} \int e^{i\mathbf{t}\mathbf{b}} \left(1 - e^{i\chi_{AB}(b)}\right) d^2\mathbf{b} \quad (5.43)$$

5.3.3. Przybliżone metody obliczania jądrowych przekrojów czynnych

Podjęcie Glaubera jest najbardziej powszechnie używaną teorią służącą do opisu przekrojów czynnych w zderzeniach jądrowych. Dla złożonych układów, jakimi są cięższe jądra, obliczenie całek z poprzedniego podrozdziału staje się jednak dość skomplikowane i czasochłonne – co miało znaczenie szczególnie w przeszłości, kiedy moce obliczeniowe dostępnych komputerów były o wiele mniejsze niż obecnie. Opracowano zatem przybliżone metody obliczania przekrojów. Przedyskutuję pokrótce dwie z nich.

Przybliżenie punktowych nukleonów

Przybliżenie punktowych nukleonów opiera się na założeniu, że nukleony w jądrze z punktu widzenia rozpraszania można traktować jako punktowe centra rozproszeniowe. Założenie takie jest zgodne z hipotezą faktoryzacji, według której proton zachowuje swoje przestrzenne rozmiary wraz ze zmianą energii, czynnikiem skalującym staje się wtedy całkowity przekrój czynny na oddziaływania nukleon-nukleon. W rozważaniach dotyczących jądrowych przekrojów czynnych można się spotkać z pracami opartymi na takim założeniu. Pomysł wywodzi się z pomiarów elastycznego rozpraszania elektronów na protonach przy małych energiach. Obecnie nie stosuje się już założenia punktowości nukleonów w analizie dotyczącej rozpraszania cząstek relatywistycznych, a podejście takie podawane jest raczej jako ciekawostka. W dalszej części znajduje się porównanie wyników uzyskanych za pomocą metod przybliżonych z oryginalnym podejściem Glaubera. Jeżeli założymy, że liczba nukleonów w jądrze jest względnie duża, w granicy dąży do nieskończoności, utrzymując przezroczystość protonu na stałym poziomie poprzez odpowied-

nią normalizację, to przyjmując, że przezroczystość jądra jest sumą wielu nieskończenie małych (punktowych) centrów rozproszeniowych i korzystając z twierdzenia optycznego, eikonał dla układu proton-jądro możemy zapisać w postaci:

$$\chi_{\text{opt}}(b) = \frac{1}{2} \sigma_{\text{pp}}^{\text{tot}} \rho_A(b) \quad (5.44)$$

co po podstawieniu do równania A.53 i przy założeniu dużej liczby A daje wyrażenie na nieelastyczny przekrój czynny w zderzeniu nukleon-jądro:

$$\sigma_{\text{inel}}^{pA} = \int \left\{ 1 - \left[1 - \sigma_{\text{pp}}^{\text{tot}} \frac{\rho_A(b)}{A} \right]^A \right\} d^2\mathbf{b} \quad (5.45)$$

Podobne rozważanie w przypadku rozpraszania jądro-jądro daje:

$$\sigma_{\text{inel}}^{AB} = \int \left\{ 1 - \left[1 - \sigma_{\text{pp}}^{\text{tot}} \frac{\rho_{AB}(b)}{AB} \right]^{AB} \right\} d^2\mathbf{b} . \quad (5.46)$$

Przybliżenie probabilistyczne

Przybliżenie probabilistyczne zwane czasem przybliżeniem wielokrotnego rozpraszania było w przeszłości stosowane do wyznaczenia nieelastycznego przekroju czynnego dla zderzeń proton-jądro w kontekście interpretacji danych pochodzących z pomiarów WPA [111]. Istotą takiego podejścia jest założenie, że funkcja podcałkowa we wzorze A.53 na nieelastyczny przekrój czynny może być interpretowana jako prawdopodobieństwo nieelastycznego oddziaływania proton-proton z parametrem zderzenia b . Możemy przenieść to rozumowanie na przypadek jąder o liczbach masowych A i B. Każde z nich może być traktowane jako zbiór niezależnych nukleonów, dla których znana jest wartość nieelastycznego przekroju czynnego w oddziaływaniu nukleon-nukleon. Analizując prawdopodobieństwo oddziaływania każdej pary nukleonów, można określić szansę na rozproszeń nieelastycznych podczas zderzenia jąder [111, 112].

Prawdopodobieństwo nieelastycznego oddziaływania z parametrem zderzenia b wyraża się przez:

$$p_{AB}(b) = \frac{\rho_{AB}(b)}{AB} \sigma_{\text{inel}}^{pp} \quad (5.47)$$

Wtedy prawdopodobieństwo otrzymania n kolizji nieelastycznych możemy zapisać jako:

$$p(n, b) = \binom{AB}{n} \left[\frac{\rho_{AB}(b)}{AB} \sigma_{\text{inel}}^{pp} \right]^n \left[1 - \frac{\rho_{AB}(b)}{AB} \sigma_{\text{inel}}^{pp} \right]^{AB-n} \quad (5.48)$$

Sumowanie po liczbie zderzeń n prowadzi do końcowej postaci wyrażenia na nieelastyczny przekrój czynny w przypadku podejścia probabilistycznego:

$$\sigma_{\text{inel}}^{AB} = \int d^2\mathbf{b} \left\{ 1 - \left[1 - \frac{\rho_{AB}(b)}{AB} \sigma_{\text{inel}}^{pp} \right]^{AB} \right\} \quad (5.49)$$

Podejście takie powinno być słuszne dla ciężkich jąder i sprawdzać się na przykład przy interpretacji danych z eksperymentu RHIC², w którym zderzane są jądra złota o energiach do 200 GeV w układzie środka masy. Wyrażenie 5.49 jest podobne do wyrażenia 5.46 w przybliżeniu punktowych nukleonów.

5.4. Wyniki przekrojów czynnych dla jąder promieniowania kosmicznego z jądrami powietrza dla najwyższych energii

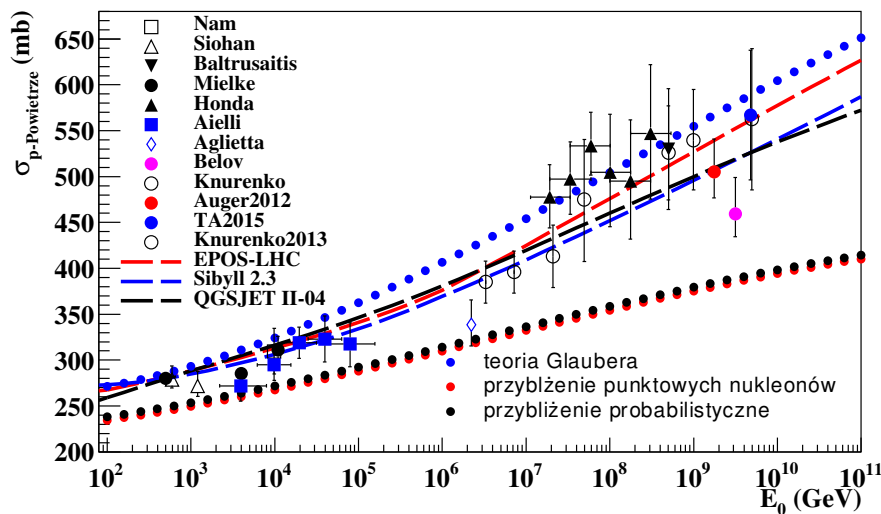
Poniżej przedstawione są wyniki obliczeń nieelastycznych przekrojów czynnych dla oddziaływań promieniowania kosmicznego z jądrami powietrza. Na wykresach zaznaczono wartości przekrojów obliczonych metodą Glaubera oraz dwoma dyskutowanymi wcześniej metodami przybliżonymi. Zaprezentowane są wartości przekrojów na zderzenia proton-powietrze oraz żelazo-powietrze, przy czym za przekrój na oddziaływanie danego jądra z powietrzem rozumie się średnią ważoną wartości odpowiednich przekrojów na oddziaływanie z tlenem, azotem i argonem z wagami odpowiadającymi procentowemu udziałowi ilościowemu jąder danego typu w atmosferze ziemskiej.

Przypadek oddziaływania proton-powietrze został zaprezentowany na tle danych eksperymentalnych [113–118, 80, 119–122, 87], oraz wartości przekrojów dla takiego oddziaływania występujących w trzech powszechnie używanych modelach oddziaływań wysokich energii – EPOS-LHC [123], Sibyll 2.3c [124, 125] oraz QGSJETII-04 [126]. Zaskakująca może być tutaj różnica pomiędzy wartościami przekrojów elastycznych zaimplementowanych w

² RHIC - Relativistic Heavy Ion Collider - Zderzacz Ciężkich Relatywistycznych Jonów - eksperyment akceleratorowy działający od 2000 roku przy Laboratorium Narodowym Brookhaven w Upton, USA.

przytoczonych modelach. Przekroje obliczone za pomocą metody Glaubera wykazują o około 80 mb większe wartości niż w przypadku modeli Sibyll 2.3c czy QGSJETII-04. Oczywisty jest fakt, że musi to mieć znaczenie w interpretacjach pomiarów promieniowania opartych na symulacjach z użyciem tych modeli. Bardziej szczegółowa dyskusja dotycząca wpływu założonego nieelastycznego przekroju czynnego na interpretację typu cząstki pierwotnej zostanie przeprowadzona w kolejnym rozdziale.

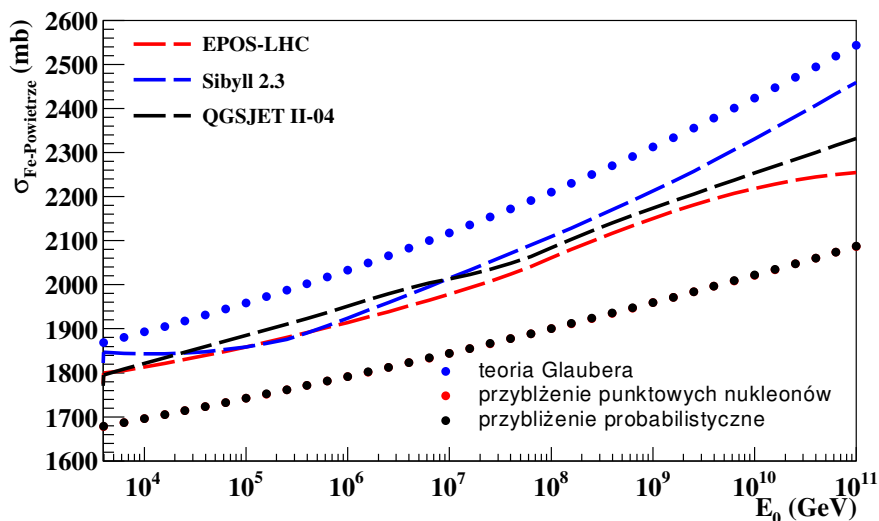
Wartości danych eksperymentalnych reprezentowanych przez punkty pokazane na rysunku 5.10 pochodzą z różnych pomiarów i analiz. Metody analizy prowadzącej do określenia wartości przekroju na oddziaływanie nieelastyczne też mogły się różnić w poszczególnych eksperymentach. Nie należy więc przykładać szczególnej wagi do dużego rozrzutu pomiędzy różnymi punktami. Przybliżenia punktowych nukleonów i probabilistyczne dają wartości o wiele mniejsze niż spodziewane. Metody takie mogły być uznawane za akceptowalne do czasów pomiarów WPA wywołanych przez cząstki pierwotne o energiach nieprzekraczających 10^7 GeV na cząstkę. Współcześnie metody takie nie znajdują zastosowania w fizyce promieniowania kosmicznego.



Rysunek 5.10. Wyniki przekrojów elastycznych na oddziaływanie proton-powietrze, obliczone metodą Glaubera i metodami przybliżonymi, porównane z danymi eksperymentalnymi i wartościami funkcjonującymi w trzech powszechnie używanych modelach oddziaływań wysokich energii.

Analiza przekrojów dla zderzeń żelazo-powietrze jest trudniejsza niż w przypadku protonów. Przede wszystkim brakuje danych eksperymentalnych opisujących takie zderzenia przy wysokich energiach. Nie ma pewności co do istnienia ciężkich jąder aż do żelaza wśród cząstek pierwotnych wysokoenergetycznego promieniowania kosmicznego. Jeżeli jednak takowe istnieje-

ją, przedstawione wyniki tak samo jak w poprzednim przypadku wykazują znaczącą różnicę w wartościach przekrojów obliczonych metodą Glaubera i zastosowanych w modelach oddziaływań.



Rysunek 5.11. Wyniki przekrojów elastycznych na oddziaływanie żelazo-powietrze, obliczone metodą Glaubera i metodami przybliżonymi, porównane z wartościami funkcjonującymi w trzech powszechnie używanych modelach oddziaływań wysokich energii.

Przedstawione wyniki będące rezultatem ekstrapolacji nieelastycznych przekrojów czynnych na zderzenia protonów i żelaza z jądrami powietrza mają swoje oparcie w modelu optycznym opisanym w poprzednim podrozdziale. Zgodność tego modelu z danymi zebranymi w akceleratorach i zbieżność obliczonych przekrojów jądrowych z dotychczas używanymi w symulacjach WPA pozwalają wyrazić przypuszczenie, że zastosowany opis jest poprawny.

Tabela 5.2. Porównanie wyników całkowitego przekroju czynnego ekstrapolowanego przy użyciu proponowanego modelu z danymi eksperymentalnymi i przewidywaniami innych modeli

Energy ($\sqrt{s}$)	8 TeV	14 TeV	24 TeV	30 TeV	57 TeV	95 TeV
Fagundes et al. [78] Bourelly et al. [79] Petrov et al. [80] Block, Halzen et al. [81] Islam et al. [82] Jenkowszky et al. [83] Block [84]		108.60 $\pm$ 1.20 103.63 $\pm$ 1.00 106.73 107.30 110.00 111.00				
AKENO [85] Fly's Eye [86] AUGER [87] Telescope Array [88]	101.00 $\pm$ 16.00	104.00 $\pm$ 26.00	124.00 $\pm$ 34.00	120.00 $\pm$ 15.00	133.20 $\pm$ 13.00	170.00 $\pm$ 50.00
LHC TOTEM [71] LHC ATLAS [39]	102.90 $\pm$ 2.30 96.07 $\pm$ 0.92					
prezentowany model	96.95	105.56	115.80	120.33	132.66	143.09

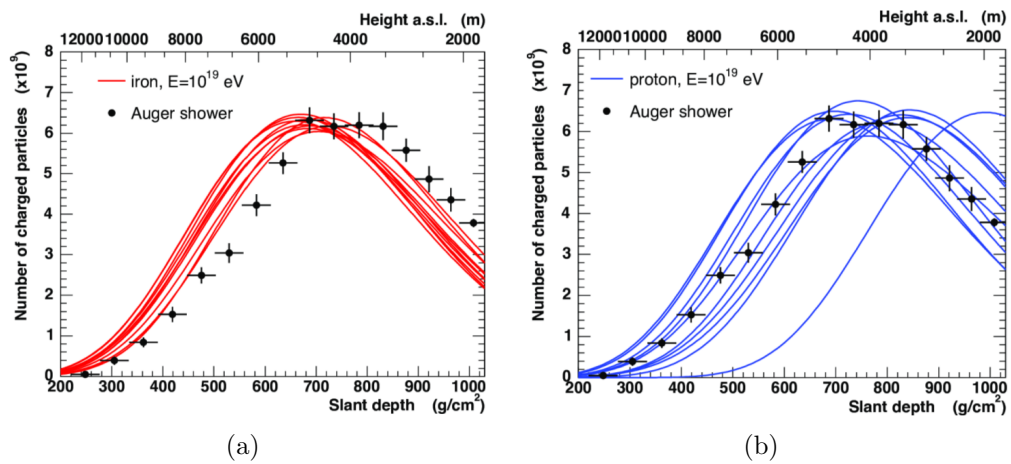
Tabela 5.3. Zestawienie danych eksperymentalnych przedstawiających wartość parametru B jako wykładnika funkcji eksponent opisującej różniczkowe elastyczne przekroje czynne dla zderzeń pp i $\bar{p}p$ w różnych zakresach przekazu czteropędu $|t|$.

$\sqrt{s}$ (GeV)	Reakcja	Eksperyment	Zakres $ t $ (GeV ²)	B (GeV ⁻²)
30.6	$pp \rightarrow pp$	CERN-ISR	0.0010 - 0.0200	12.20 ± 0.30 [66]
31.0	$pp \rightarrow pp$	CERN-ISR	0.0500 - 0.8500	10.72 ± 0.32 [90]
44.7	$pp \rightarrow pp$	CERN-ISR	0.0010 - 0.0200	12.80 ± 0.30 [66]
44.9	$pp \rightarrow pp$	CERN-ISR	0.0221 - 0.0532	13.30 ± 0.30 [91]
52.8	$pp \rightarrow pp$	CERN-ISR	0.0100 - 0.0500	13.09 ± 0.43 [92]
52.8	$pp \rightarrow pp$	CERN-ISR	0.0900 - 1.0000	10.68 ± 0.21 [92]
52.8	$pp \rightarrow pp$	CERN-ISR	0.0308 - 0.0738	13.10 ± 0.20 [91]
52.9	$pp \rightarrow pp$	CERN-ISR	0.0010 - 0.0200	13.10 ± 0.30 [66]
53.0	$pp \rightarrow pp$	CERN-ISR	0.0500 - 0.8500	11.14 ± 0.32 [90]
62.0	$pp \rightarrow pp$	CERN-ISR	0.0500 - 0.8500	10.71 ± 0.24 [90]
62.4	$pp \rightarrow pp$	CERN-ISR	0.0010 - 0.0200	13.30 ± 0.30 [66]
62.5	$pp \rightarrow pp$	CERN-ISR	0.0370 - 0.1010	12.80 ± 0.20 [91]
200.0	$pp \rightarrow pp$	BNL-RHIC	0.0100 - 0.0190	16.30 ± 1.84 [93]
540.0	$\bar{p}p \rightarrow \bar{p}p$	CERN-UA4	0.2100 - 0.5000	13.70 ± 0.30 [49]
540.0	$\bar{p}p \rightarrow \bar{p}p$	CERN-UA4	0.0300 - 0.1900	17.60 ± 0.10 [49]
540.0	$\bar{p}p \rightarrow \bar{p}p$	CERN-UA1	0.0400 - 0.1800	17.10 ± 0.10 [94]
540.0	$\bar{p}p \rightarrow \bar{p}p$	CERN-UA1	0.2100 - 0.4500	13.70 ± 0.28 [94]
540.0	$\bar{p}p \rightarrow \bar{p}p$	CERN-UA1	0.1400 - 0.2600	13.30 ± 1.50 [95]
541.0	$\bar{p}p \rightarrow \bar{p}p$	CERN-UA4/2	0.0008 - 0.1200	15.52 ± 0.07 [67]
546.0	$\bar{p}p \rightarrow \bar{p}p$	FNAL-E741	0.0250 - 0.0800	13.30 ± 1.50 [96]
546.0	$\bar{p}p \rightarrow \bar{p}p$	CERN-UA4	0.0300 - 0.1000	15.30 ± 0.30 [49]
546.0	$\bar{p}p \rightarrow \bar{p}p$	CERN-UA4	0.0300 - 0.1500	15.20 ± 0.20 [49]
546.0	$\bar{p}p \rightarrow \bar{p}p$	CERN-UA4	0.1500 - 0.3200	14.20 ± 0.40 [49]
546.0	$\bar{p}p \rightarrow \bar{p}p$	CERN-UA4	0.2100 - 0.3200	13.60 ± 0.80 [49]
546.0	$\bar{p}p \rightarrow \bar{p}p$	CERN-UA4	0.2100 - 0.5000	13.40 ± 0.30 [49]
1020.0	$\bar{p}p \rightarrow \bar{p}p$	FNAL-E710	0.0650 - 0.2100	16.20 ± 0.50 [97]
1800.0	$\bar{p}p \rightarrow \bar{p}p$	FNAL-E741	0.0400 - 0.2900	16.98 ± 0.25 [96]
1800.0	$\bar{p}p \rightarrow \bar{p}p$	FNAL-E710	0.0010 - 0.1400	16.99 ± 0.47 [68]
1800.0	$\bar{p}p \rightarrow \bar{p}p$	FNAL-E710	0.0340 - 0.6500	16.30 ± 0.30 [98]
1800.0	$\bar{p}p \rightarrow \bar{p}p$	FNAL-E710	0.0020 - 0.0800	16.30 ± 0.50 [99]
1800.0	$\bar{p}p \rightarrow \bar{p}p$	FNAL-E710	0.0020 - 0.1300	17.20 ± 1.30 [100]
7000.0	$pp \rightarrow pp$	LHC-ATLAS	0.0100 - 0.1000	19.73 ± 0.30 [101]
7000.0	$pp \rightarrow pp$	LHC-TOTEM	0.0050 - 0.1000	19.96 ± 0.22 [50]
7000.0	$pp \rightarrow pp$	LHC-TOTEM	0.0050 - 0.2000	19.89 ± 0.27 [50]
7000.0	$pp \rightarrow pp$	LHC-TOTEM	0.0200 - 0.1000	19.93 ± 0.22 [50]
7000.0	$pp \rightarrow pp$	LHC-TOTEM	0.0200 - 0.2000	19.87 ± 0.33 [50]
8000.0	$pp \rightarrow pp$	LHC-ATLAS	~ 0	19.74 ± 0.24 [102]
13000.0	$pp \rightarrow pp$	LHC-TOTEM	0.0100 - 0.2000	20.36 ± 0.17 [74]

Rozdział 6

Rozkłady podłużne liczby cząstek naładowanych w pęku

Rozkład podłużny pęku, czyli liczba cząstek pojawiających się na pewnej głębokości atmosfery podczas rozwoju WPA, jest jednym z najważniejszych parametrów używanych do interpretacji danych pochodzących z pomiarów promieniowania kosmicznego. Wiadomo, że największy ilościowo udział w produktach oddziaływania mają cząstki naładowane, głównie pozytony i elektrony, które wywołują wygodną do obserwacji fluorescencję w atmosferze. Cząstki naładowane są produkowane w części elektromagnetycznej kaskady. Pozycja maksimum rozwoju pęku X_{max} podlega fluktuacjom statystycznym. Jeżeli analizujemy pęki zapoczątkowane przez cząstki jednego typu, na przykład protony, możemy mówić jedynie o pewnej średniej wartości X_{max} , do wyznaczenia której potrzebujemy zmierzenia (lub wysymulowania) wystarczająco dużej liczby przypadków. Na rysunku 6.1 pokazano porównanie sy-



Rysunek 6.1. Porównanie wyników symulacji rozkładów podłużnych cząstek naładowanych dla pęków protonowych (po prawej) i żelazowych (po lewej) z pomiarami wykonanymi przez eksperyment PAO [127]. Symulacje zostały wykonane przy użyciu modelu Sibyll, zrekonstruowana energia zmierzonych pęków to około 10^{19} eV.

Rysunki zaczerpnięte z [128].

mulacji pęków protonowych i żelazowych z danymi zebranymi przez eksperyment PAO dla cząstek pierwotnych, których energię oszacowano na około 10^{19}

eV. Mniejsze fluktuacje dla cięższych jąder wynikają z fragmentacji, głównie podczas pierwszego oddziaływania w atmosferze. Jądro rozpada się tworząc wiele mniejszych, lecz wciąż wysokoenergetycznych cząstek (protonów i lżejszych jąder), które są początkiem dla kolejnych, uśredniających się nawzajem kaskad. Wraz ze wzrostem masy jądra i fragmentacji maleje wartość położenia X_{max} rozwoju pęku, co wynika z szybszej dystrybucji energii.

Funkcją powszechnie używaną do opisu średniego podłużnego rozkładu liczby cząstek naładowanych w pęku dającą prawidłowy opis fenomenologiczny jest funkcja Gaissera-Hillasa [129]:

$$N_e(x) = N_{max} \left(\frac{x - X_1}{X_{max} - X_1} \right)^{\frac{X_{max} - X_1}{\lambda}} \cdot e^{\frac{X_{max} - x}{\lambda}} \quad (6.1)$$

gdzie:

$N_e(x)$ – liczba cząstek naładowanych na głębokości x wyrażonej w $\frac{g}{cm^2}$;

X_{max} – pozycja głębokości w $\frac{g}{cm^2}$, na której liczba cząstek osiąga wartość maksymalną N_{max} ;

X_1 – parametr fitu opisujący głębokość pierwszego oddziaływania;

λ – parametr opisujący szerokość rozkładu cząstek naładowanych. W programie CORSIKA jest on przedstawiony jako funkcja kwadratowa głębokości x wprowadzająca trzy dodatkowe parametry:

$$\lambda(x) = a + bx + cx^2 \quad (6.2)$$

W rzeczywistości więc funkcja, którą opisywane są rozkłady podłużne w programie CORSIKA, posiada sześć wolnych parametrów: N_{max} , X_1 , X_{max} , a , b i c .

W literaturze można się spotkać również z innymi podejściami do opisu rozkładu podłużnego liczby cząstek naładowanych w pęku jak równanie Greisena [130], czy "Gaussian in Age" [131] wprowadzające do opisu kombinację rozkładów gaussowskich uzależnionych od stopnia rozwoju pęku.

Fakt, że fluorescencja cząsteczek azotu w atmosferze wzbudzonych przez cząstki naładowane produkowane w pęku zachodzi izotropowo, sprawia, że obserwacja tego zjawiska daje bardzo dokładną charakterystykę rozwijającej się kaskady. Ze względu na to, że obserwowany sygnał nie jest wyjątkowo silny (w stosunku do tła), detektory fluorescencyjne wykorzystywane do obserwacji mogą wykonywać pomiary tylko podczas ciemnych, bezchmurnych i bezksiężycowych nocy. Ważny jest również poprawny opis teoretyczny zjawiska kaskady, co przekłada się na wielką wagę symulacji komputerowych w interpretacji wyników.

W programie CORSIKA za obliczanie rozkładu podłużnego cząstek naładowanych w pęku odpowiada głównie część EGS¹, której wywoływanie dla pęków o dużych energiach pierwotnych zajmuje dużo czasu obliczeniowego. Jest to jednak niezbędne dla uzyskania wiarygodnych profili podłużnych.

6.1. Wpływ przekroju czynnego na maksimum rozwoju pęku oraz wyznaczanie składu masowego

Przekrój czynny na oddziaływanie cząstki pierwotnej z atmosferą ma kluczowe znaczenie dla pozycji X_{max} , ponieważ determinuje miejsce, w którym pęk zaczyna się rozwijać. Miejsce pierwszego oddziaływania X_1 można opisać rozkładem wykładniczym:

$$\frac{dP}{dX_1} = \frac{1}{\lambda_{int}} e^{-X/\lambda_{int}} \quad (6.3)$$

Średnią drogę na oddziaływanie można wyrazić przez:

$$\lambda_{int} = \frac{\langle m_{air} \rangle}{\sigma_{prod}} \quad (6.4)$$

gdzie:

$\langle m_{air} \rangle$ – średnia atomowa jądra powietrza, wyrażona w g/mol ;

σ_{prod} – przekrój czynny na produkcję przy zderzeniu cząstka pierwotna – powietrze. Przekrój na oddziaływanie zależy oczywiście od typu cząstki pierwotnej, jeżeli mamy zatem ustaloną energię początkową i jesteśmy w stanie dokładnie obserwować położenie maksimum rozwoju pęku w atmosferze, możemy pośrednio wnioskować o typie cząstki pierwotnej. Dokładnych danych na temat pozycji X_{max} rozwoju pęku dostarczają wielkopowierzchniowe naziemne obserwatoria promieniowania kosmicznego takie, jak: PAO, Telescope Array czy Yakutsk. Aby możliwe było uzyskanie wystarczająco ostrego obrazu fluorescencji, energia początkowa pęku musi być odpowiednio wysoka. Obecnie dysponujemy użytecznymi danymi dotyczącymi pozycji X_{max} w zakresie energii od 10^{15} do 10^{20} eV. Do interpretacji typu cząstki pierwotnej niezbędne są jednak symulacje komputerowe zakładające znajomość przekroju czynnego. W następnym podrozdziale dyskutowane są wyniki symulacji, które wykonałem w programie CORSIKA i CONEX po implementacji ob-

¹ EGS - Electron Gamma Shower - podprogram symulacyjny służący do obliczania wyników oddziaływania elektronów i fotonów w zadanym ośrodku - w dyskutowanym przypadku w atmosferze ziemskiej

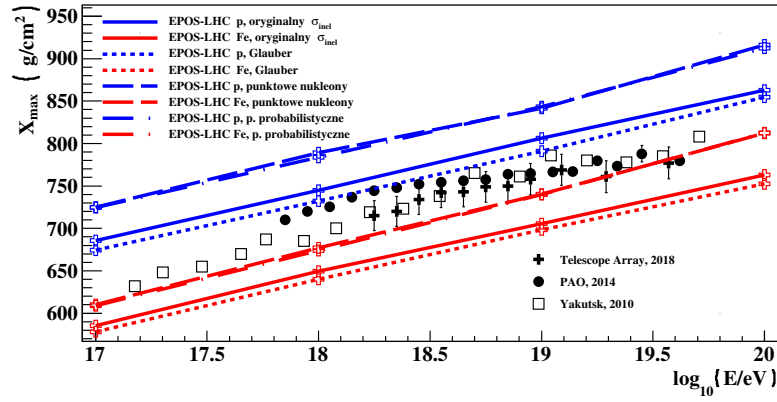
liczonych uprzednio przekrojów czynnych na oddziaływanie proton-proton, proton-jądro i jądro-jądro.

6.2. Wyniki symulacji rozwoju WPA z obliczonymi przekrojami czynnymi

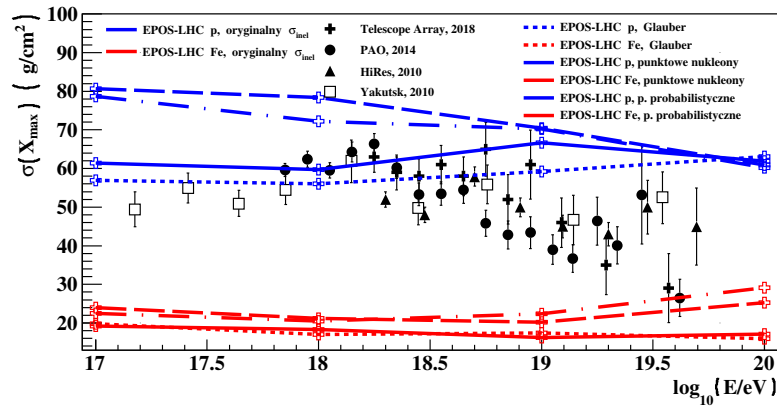
Obliczone w rozdziale 5 wartości nieelastycznych przekrojów czynnych na oddziaływanie jąder promieniowania kosmicznego z jądrami atmosfery zostały użyte w programach CORSIKA i jej uproszczonej wersji – programie CONEX, w celu wykonania symulacji rozwoju WPA. Symulacje zostały przeprowadzone przy użyciu trzech modeli oddziaływań wysokich energii – EPOS-LHC, Sibyll 2.3c i QGSJETII-04. We wszystkich symulacjach modelem oddziaływania włączonym przy niższych energiach był model GHEISHA 2002d [132]. Implementacja przekrojów czynnych została wykonana przez ich opisanie odpowiednimi funkcjami numerycznymi, których argumentami były energia zderzenia i masa jądra, a następnie przez dodanie funkcji do kodu programu CORSIKA. W dalszej kolejności zostały wykonane modyfikacje każdego z trzech modeli, które polegały na zmianie funkcji wywołujących procedury zwracające oryginalne przekroje czynne. Oprócz nieelastycznych przekrojów na oddziaływanie proton-proton, proton-jądro i jądro-jądro zaistniała również potrzeba zmodyfikowania wartości przekrojów na oddziaływanie kaonów i pionów z jądrami powietrza. Ponieważ przekroje na oddziaływanie tych cząstek nie były przedmiotem rozważań podczas przygotowywania modelu, ich wartości zostały obliczone tak, aby stosunki przekrojów na oddziaływanie p -K i p - π do przekroju p - p były takie same przed modyfikacją i po niej. Modyfikacja polegała więc jedynie na zmianie wartości przekrojów czynnych wewnątrz modeli oddziaływań, jeżeli chodzi zaś o same mechanizmy działania modeli, nie były one w żaden sposób zmieniane.

Jako wyniki symulacji prezentowane są obliczone średnie wartości X_{max} oraz wartości dyspersji $\sigma(X_{max})$ dla czterech punktów na skali energii cząstki pierwotnej na tle danych eksperymentalnych [133–136]. Poniżej przedstawione są wyniki symulacji wykonanych w programie CONEX, w którym w każdym przypadku, dla każdej energii symulowanych było 500 pęków. Wyniki symulacji z programu CORSIKA mniejszymi statystykami pokazane są w dodatku D.

6.3. EPOS-LHC

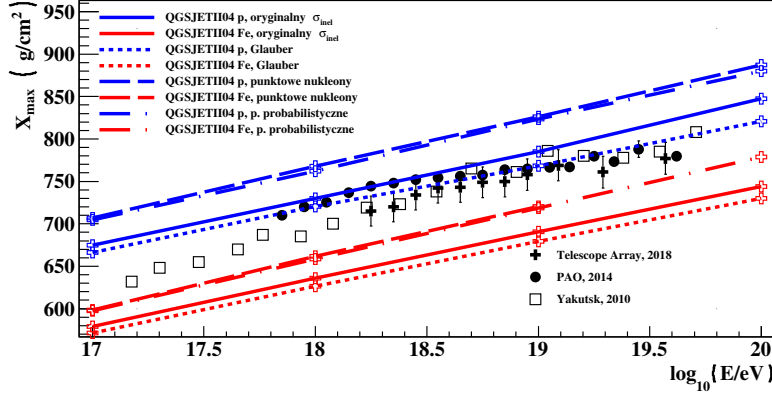


Rysunek 6.2. Wartości średnie X_{max} z symulacji rozkładów podłużnych cząstek naładowanych w pęku z zastosowaniem modelu EPOS w programie CONEX i trzech różnych modeli ekstrapolacji przekroju.

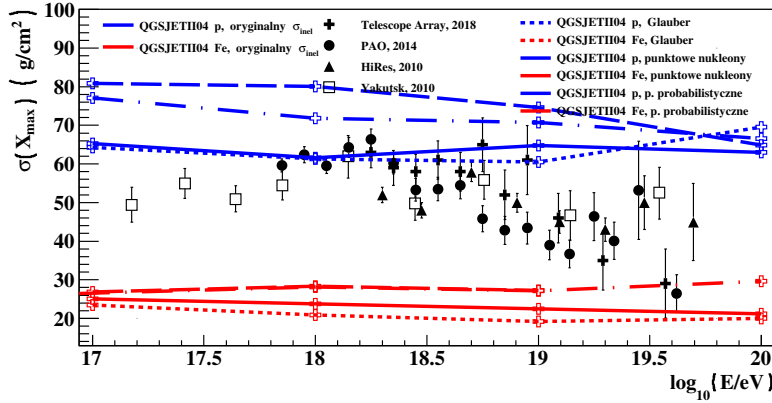


Rysunek 6.3. Wartości dyspersji $\sigma(X_{max})$ z symulacji rozkładów podłużnych cząstek naładowanych w pęku z zastosowaniem modelu EPOS w programie CONEX i trzech różnych modeli ekstrapolacji przekroju.

6.4. QGSJETII-04

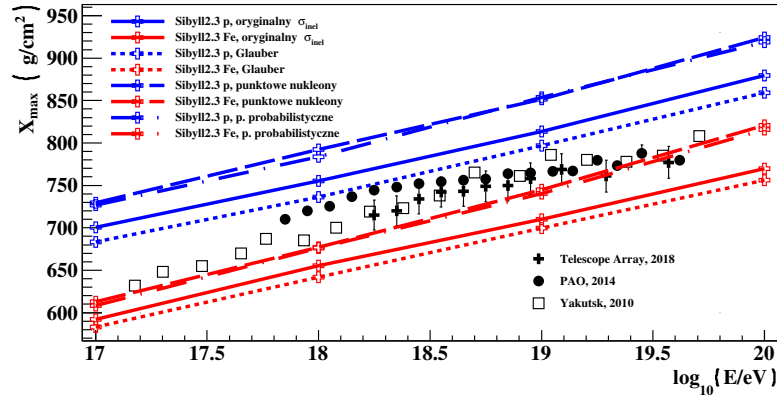


Rysunek 6.4. Wartości średnie X_{max} z symulacji rozkładów podłużnych cząstek naładowanych w pęku z zastosowaniem modelu QGSJETII-04 w programie CONEX i trzech różnych modeli ekstrapolacji przekroju.

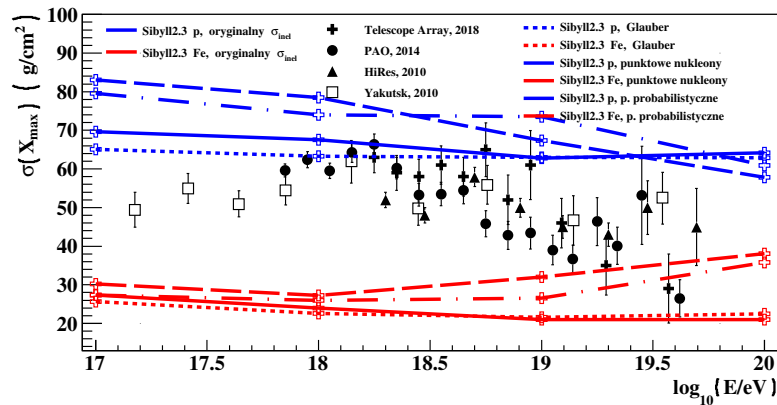


Rysunek 6.5. Wartości dyspersji $\sigma(X_{max})$ z symulacji rozkładów podłużnych cząstek naładowanych w pęku z zastosowaniem modelu QGSJETII-04 w programie CONEX i trzech różnych modeli ekstrapolacji przekroju.

6.5. Sibyll 2.3c



Rysunek 6.6. Wartości średnie X_{max} z symulacji rozkładów podłużnych cząstek naładowanych w pęku z zastosowaniem modelu Sibyll 2.3c w programie CONEX i trzech różnych modeli ekstrapolacji przekroju.



Rysunek 6.7. Wartości dyspersji $\sigma(X_{max})$ z symulacji rozkładów podłużnych cząstek naładowanych w pęku z zastosowaniem modelu Sibyll 2.3 w programie CONEX i trzech różnych modeli ekstrapolacji przekroju.

We wszystkich trzech przypadkach najbardziej interesujące jest porównanie wyników uzyskanych za pomocą oryginalnych przekrojów czynnych (reprezentowanych na powyższych rysunkach przez ciągłe linie) z tymi, które są wynikiem symulacji z zastosowaniem nowych przekrojów policzonych metodą Glaubera (linie kropkowane). Dla każdego z modeli uzyskujemy spodziewany efekt, jeżeli spojrzymy na przekroje z rysunków 5.10 i 5.11 – pozycja X_{max} charakteryzuje się mniejszą wartością niż w przypadku przekroju oryginalnego - co jest głównie efektem przyspieszenia pierwszego oddziaływania w atmosferze na skutek zwiększenia przekroju czynnego. Zmiana taka sugeruje, że jeżeli przekroje zostały policzone poprawnie, cząstki pierwotne w zakresie wyższych energii wyglądają bardziej jak protony niż cięższe jądra. Sytuacja przedstawia się najlepiej dla modelu QGSJETII-04 który jest obecnie uważany za najbardziej wiarygodny model oddziaływań wysokich energii. Interpretacja składu masowego zależy jak widać od zastosowanego modelu, przy czym różnice pomiędzy poszczególnymi modelami są znaczne. Rozbieżność pomiędzy danymi z różnych eksperymentów nie ułatwia również sprawy jeżeli chodzi o identyfikację cząstek pierwotnych. Daje się zauważyć systematyczne różnice pomiędzy wartościami uzyskiwanymi przez różne obserwatoria. Do analizy składu masowego można używać bardziej zaawansowanych metod. Można na przykład opisywać zmierzone rozkłady X_{max} przy ustalonej energii kombinacją funkcji, opisujących wkłady od różnych typów cząstek, których forma została ustalona na podstawie symulacji. Taka metoda niesie jednak za sobą duże błędy statystyczne wynikające z małej liczby zmierzonych przypadków przy najwyższych energiach. Do bardziej wiarygodnego wnioskowania na temat składu masowego potrzeba poprostu więcej przypadków dokładnie zmierzonych WPA.

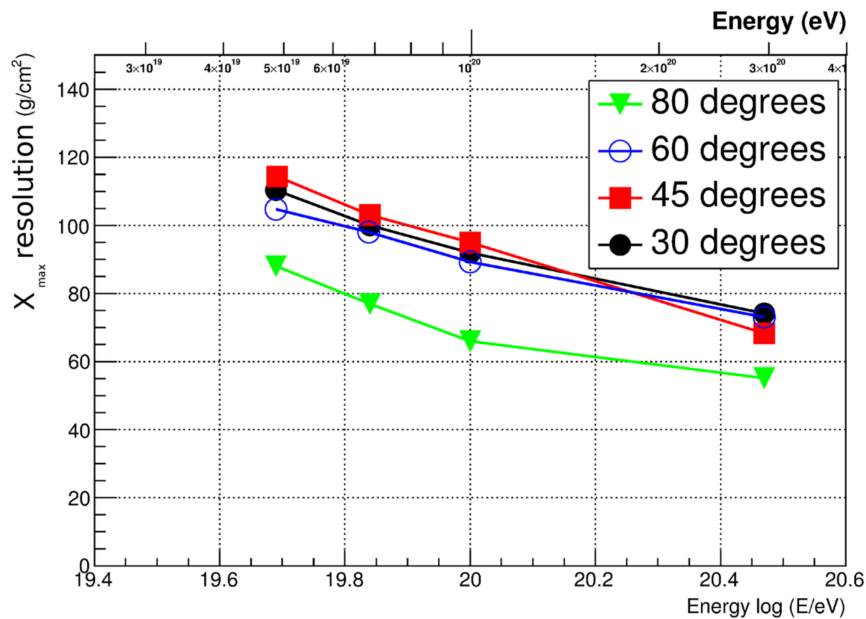
Rozdział 7

Oszacowania czułości eksperymentu JEM-EUSO na wybrane parametry modeli oddziaływań wielkich energii

W ramach eksperymentu JEM-EUSO planowana jest obserwacja śladów fluorescencyjnych produkowanych przez rozwijające się w atmosferze WPA. Obserwacja z wysokości stacji kosmicznej, tj. około 400 km, pozwoli na objęcie polem widzenia całego obszaru, w którym rozwija się pęk. Analiza otrzymanego sygnału powinna pozwolić na dokładne określenie kierunku przylotu oraz energii cząstki pierwotnej. Określenie kierunku będzie na tyle dokładne, że wyniki powinny odpowiedzieć na pytania dotyczące istnienia potencjalnych źródeł. W tym rozdziale dyskutowany będzie jednak temat użyteczności wyników eksperymentu w modelowaniu oddziaływań hadronowych przy najwyższych energiach.

Omawiane w poprzednich rozdziałach zagadnienia doprowadziły do wniosku, że istnieje silna korelacja pomiędzy założonymi podczas symulacji wartościami nieelastycznego przekroju czynnego, a interpretacją składu masowego docierających do Ziemi cząstek. Okazuje się, że różnice rzędu 80 mb w obliczonych wartościach przekrojów na produkcję prowadzą do różnic w spodziewanych pozycjach X_{max} rozwoju pęków sięgających ponad 20 g/cm² w zależności od przyjętego modelu oddziaływania. Aby móc wnioskować na temat słuszności tego czy innego z funkcjonujących opisów przekroju czynnego, należałoby dysponować eksperymentem zdolnym do pomiaru dużej liczby przypadków WPA o najwyższych energiach z rozdzielczością około 20 g/cm².

Odpowiedzi na pytanie, czy eksperyment JEM-EUSO będzie wystarczająco czuły, aby wychwycić takie różnice należy doszukiwać się w symulacjach odpowiedzi detektora na sygnały o różnych energiach. Symulacje takie zostały wykonane i zaprezentowane w pracy [137]. Na rysunku 7.1 pokazano oszacowaną dokładność wyznaczania pozycji X_{max} dla eksperymentu JEM-EUSO. Na osi pionowej odłożono rozdzielczość detektora w kontekście wyznaczania pozycji X_{max} , na osi poziomej logarytm z energii cząstki pierwotnej. Każdy z punktów został określony na podstawie wysymulowania 8000 przypadków WPA. Symulacje zostały wykonane dla cząstek wpadają-



Rysunek 7.1. Wyniki symulacji przedstawiające dokładność wyznaczania pozycji X_{max} dla eksperymentu JEM-EUSO [137]. Symulacje zostały wykonane dla kilku wysokich energii cząstki pierwotnej oraz dla WPA rozwijających się pod różnymi kątami.

cych w atmosferę ziemską pod różnymi kątami, przy czym kąt o wartości 90° odpowiada pękowi rozwijającemu się poziomo. Przedstawione wyniki nie są optymistyczne. Przede wszystkim oszacowana rozdzielczość zależy od kąta rozwoju WPA i dla najwyższych energii wynosi od około 55 g/cm^2 do około 75 g/cm^2 . Można się spodziewać, że dla pęków rozwijających się całkowicie poziomo rozdzielczość będzie lepsza o kilka g/cm^2 . Przy podanej dokładności nie ma szans na takie określenie miejsca pierwszego oddziaływania, które stanowiłoby istotną informację chociażby o wartości przekroju czynnego przy najwyższych energiach. Wyniki z eksperymentu JEM-EUSO w planowanej formie nie będą miały więc praktycznego zastosowania przy budowie modeli opisujących oddziaływanie promieniowania kosmicznego z atmosferą i tutaj można by zakończyć dyskusję na ten temat. Warto jeszcze zaznaczyć, że niska rozdzielczość bierze się głównie z dużej wysokości, na której będzie umieszczony eksperyment JEM-EUSO, a tym samym dużej odległości do obserwowanego zjawiska. Gdyby umieścić podobne urządzenie na niższej orbicie, zbliżylibyśmy się do oczekiwanych parametrów. Rozdzielczość wystarczającą do analizy przekroju czynnego w oddziaływaniach wysokoenergetycznych cząstek z atmosferą posiadają detektory EUSO umieszczane na balonach stratosferycznych jak w przypadku eksperymentu EUSO-SPB. Jednak wielkość powierzchni obserwowanej atmosfery i krótki czas misji balonowej

sprawiają, że spodziewana liczba zarejestrowanych podczas lotu przypadków wysokoenergetycznych oscyluje w okolicach kilku.

Rozdział 8

Podsumowanie

W pracy omówiono wybrane zagadnienia dotyczące modelowania rozwoju WPA ze szczególnym naciskiem na ekstrapolację nieelastycznego przekroju czynnego na oddziaływania cząstek promieniowania kosmicznego z jądrami atmosfery. Rozważania dotyczące przekroju czynnego przeprowadzone zostały na gruncie modelu optycznego rozpraszania. Opierając się na danych eksperymentalnych z akceleratorów zderzających protony o energiach sięgających 8 TeV w układzie środka masy dopasowano rozkłady oddziałującej części "materii hadronowej". Uzyskana dobra zgodność z elastycznymi różniczkowymi przekrojami czynnymi w różnych zakresach energii, pozwoliła dokonać uzasadnionej ekstrapolacji elastycznych, nieelastycznych i całkowitych przekrojów na zderzenia protonów do najwyższych energii. Wykazana w pracy poprawność opisu szeregu dostępnych danych, takich jak zmierzone wartości przekrojów, stosunku części rzeczywistej do urojonej amplitudy rozpraszania czy zgodność z przewidywaniami pochodzącymi z innych modeli, pozwala uznać zaproponowany opis rozpraszania protonów za poprawny.

Do opisu przekrojów czynnych na zderzenia jąder promieniowania kosmicznego z jądrami atmosfery użyto powszechnie stosowanej teorii Glaubera, opierając się na znalezionych wcześniej rozkładach hadronowych. Przedmiotem ekstrapolacji były tutaj przekroje na zderzenia jąder o różnych masach, aż do obserwowanych w promieniowaniu kosmicznym jąder żelaza. Obliczone przekroje na zderzenia protonów z jądrami powietrza również dają poprawny opis szeregu danych eksperymentalnych aż do wartości przy energii zderzenia 95 TeV w układzie środka masy opublikowanej przez eksperyment Telescope Array. Wykazano również brak zasadności używania innych, przybliżonych metod ekstrapolacji przekrojów stosowanych w przeszłości.

W kolejnej części opisano symulacje rozwoju WPA wykonane przy użyciu obliczonych przekrojów czynnych. Symulacje zrealizowane w programie CORSIKA przy użyciu trzech różnych modeli oddziaływań wysokich energii stanowiły podstawę do dyskusji nad interpretacją składu masowego w

obserwowanych przypadkach oddziaływania promieniowania kosmicznego z atmosferą. Przeprowadzona analiza prowadzi do różnic w określaniu składu masowego w zależności od użytego modelu i wartości przekrojów czynnych. Okazuje się, że nawet niewielka różnica w założonych wartościach przekrojów, powoduje znaczne różnice w interpretacji typów docierających do Ziemi cząstek pierwotnych. Wskazuje to na wielkie znaczenie poprawnego modelowania oddziaływań przy najwyższych energiach, co nie jest sprawą prostą. Jak widać, do różnych wniosków w zakresie składu masowego prowadzi analiza danych pochodzących z różnych eksperymentów.

Wnioskiem z dyskusji dotyczącej czułości eksperymentu JEM-EUSO na wybrane parametry modeli wysokich energii jest fakt, że przy planowanych parametrach eksperymentu nie będzie możliwości korekcji modeli oddziaływań w oparciu o dane z tego właśnie eksperymentu. Niemniej jednak, dyskutowana rozdzielczość jest na granicy rozpoznawalności na przykład przekrojów czynnych i chociażby postęp technologiczny może doprowadzić do ciekawych rezultatów.

Przygotowanie niniejszej rozprawy doktorskiej zostało wsparte grantem numer 2016/20/T/ST9/00589 ufundowanym przez Narodowe Centrum Nauki w ramach konkursu ETIUDA.

Dodatek A

Przekroje czynne w optycznym modelu rozpraszania

W dodatku tym przedstawione zostało wyprowadzenie podstawowych zależności pomiędzy rozkładem materii hadronowej zderzających się obiektów, a wyrażeniami na przekroje czynne i amplitudą rozpraszania. Przytoczone rozumowanie na gruncie mechaniki kwantowej i opisu optycznego zderzeń w głównej mierze oparte jest na pracy R.J. Glaubera [34] oraz pracy magisterskiej I. Kurp z 1998 roku [138].

Różniczkowy przekrój czynny na dany proces, σ_j , w dyskutowanym przypadku na rozpraszanie, definiujemy jako stosunek strumienia cząstek rozproszonych pod danym kątem Ω do strumienia cząstek padających.

$$\sigma_j = \frac{\text{strumień rozproszony w kąt } d\Omega}{\text{strumień padający}} = |f(\Theta)|^2 d\Omega \quad (\text{A.1})$$

Cząstki opisane przez funkcję falową $\Psi(\vec{r})$ rozpraszane są na potencjale $V(\vec{r})$. Równanie Schrödingera dla cząstki rozpraszanej przybiera postać:

$$(\nabla^2 + k^2) \Psi(\vec{r}) = \frac{2m}{\hbar^2} V(\vec{r}) \Psi(\vec{r}) \quad (\text{A.2})$$

Postulujemy rozwiązanie, w którym daleko od centrum rozproseniowego $V(\vec{r}) \sim 0$ funkcja falowa przybiera asymptotyczną (dla dużych wartości r) postać sumy padającej fali płaskiej i fali sferycznej pomnożonej przez amplitudę rozproszenia pod kątem Θ :

$$\Psi(\vec{r}) \sim e^{i\vec{k}\vec{r}} + f(\Theta) \frac{e^{ikr}}{r} \quad (\text{A.3})$$

Do wyznaczenia postaci funkcji falowej $\Psi(\vec{r})$ spełniającej równanie Schrödingera A.2 można użyć odpowiedniej funkcji Greena. Zdefiniujmy funkcję Greena $G(\vec{r} - \vec{r}')$ jako rozwiązanie równania falowego:

$$(\nabla^2 + k^2) G(\vec{r} - \vec{r}') = \frac{2m}{\hbar^2} \delta(\vec{r} - \vec{r}') \quad (\text{A.4})$$

W tym przypadku funkcja Greena wyraża się przez:

$$G(\vec{r} - \vec{r}') = -\frac{2m}{4\pi\hbar^2} \frac{e^{ik|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \quad (\text{A.5})$$

Wyrażenie opisujące funkcję falową przybiera teraz postać:

$$\Psi(\vec{r}) = e^{i\vec{k}\vec{r}} + \int G(\vec{r} - \vec{r}') V(\vec{r}') \Psi(\vec{r}') d\vec{r}' \quad (\text{A.6})$$

Daleko od potencjału, dla dużych r , $\frac{r'}{r} \rightarrow 0$. Przyjmijmy, że:

$$|\vec{r} - \vec{r}'| \rightarrow r - \vec{r}' \frac{r'}{r} \quad (\text{A.7})$$

Zdefiniujmy wektor rozproszenia $\vec{k}_r$ w kierunku $\vec{r}$:

$$\vec{k}_r \equiv |\vec{k}| \frac{\vec{r}}{r} = k \frac{\vec{r}}{r} \quad (\text{A.8})$$

Gdy $r \rightarrow \infty$, funkcja falowa dąży do:

$$\Psi(\vec{r}) \rightarrow e^{i\vec{k}\vec{r}} - \frac{2m}{4\pi\hbar^2} \frac{e^{ikr}}{r} \int e^{-i\vec{k}_r \vec{r}'} V(\vec{r}') \Psi(\vec{r}') d\vec{r}' \quad (\text{A.9})$$

Widać, że funkcja falowa przyjmuje szukaną asymptotyczną formę. Amplitudę rozpraszania w kąt $f(\Theta)$ możemy teraz przedstawić w bardziej ogólnej formie jako amplitudę rozproszenia z $\vec{k}$ do $\vec{k}'$:

$$f(\vec{k}', \vec{k}) = -\frac{2m}{4\pi\hbar^2} \int e^{-i\vec{k}' \vec{r}} V(\vec{r}) \Psi_{\vec{k}}(\vec{r}) d\vec{r} \quad (\text{A.10})$$

Do znalezienia wartości przekroju na rozpraszanie wystarczy zatem jedynie znajomość postaci funkcji falowej $\Psi_{\vec{k}}(\vec{r})$ w obszarze, gdzie potencjał $V(\vec{r}) \neq 0$.

W tej notacji w analogii do równania A.1 całkowity przekrój na rozpraszanie elastyczne wyraża się przez:

$$\sigma_{el} = \int |f(\vec{k}', \vec{k})|^2 d\Omega_{\vec{k}'} \quad (\text{A.11})$$

Kwantowomechaniczna definicja strumienia cząstek opisywanych przez funkcję falową $\Psi(\vec{r})$ wygląda następująco:

$$\vec{j} = \frac{\hbar}{2im} (\Psi^*(\vec{r}) \nabla \Psi(\vec{r}) - \Psi(\vec{r}) \nabla \Psi^*(\vec{r})) \quad (\text{A.12})$$

Tak długo, jak potencjał $V(\vec{r})$ jest funkcją rzeczywistą, oraz zachowując długość wektora falowego w akcie rozpraszania ($|\vec{k}| = |\vec{k}'|$), z równania Schrödingera mamy:

$$\Psi_{\vec{k}}^*, \nabla^2 \Psi_{\vec{k}}^* - \Psi_{\vec{k}}^* \nabla^2 \Psi_{\vec{k}}^* = 0 \quad (\text{A.13})$$

Aby zasadne było użycie postaci funkcji falowej postulowanej w równaniu A.3, całkowanie wykonać musimy po objętości dużej sfery. Stosując twierdzenie Greena, zamieniamy tę objętość na powierzchnię dużej sfery, co daje następującą całkę:

$$\oint_S \left\{ \Psi_{\vec{k}}^*, \nabla \Psi_{\vec{k}}^* - \Psi_{\vec{k}}^* \nabla \Psi_{\vec{k}}^* \right\} dS = 0 \quad (\text{A.14})$$

gdzie S – powierzchnia dużej sfery, $d\vec{S} = dS \frac{\vec{r}}{r} = r^2 d\Omega_{\vec{r}} \frac{\vec{r}}{r}$. Skorzystaliśmy tutaj z równości:

$$\nabla \left(\Psi_{\vec{k}}^*, \nabla \Psi_{\vec{k}}^* - \Psi_{\vec{k}}^* \nabla \Psi_{\vec{k}}^* \right) = \Psi_{\vec{k}}^*, \nabla^2 \Psi_{\vec{k}}^* - \Psi_{\vec{k}}^* \nabla^2 \Psi_{\vec{k}}^* , \quad (\text{A.15})$$

Wstawiając do równania A.14 funkcje falowe w asymptotycznej postaci A.3, dostajemy:

$$\begin{aligned} & \oint_S \left\{ e^{-i\vec{k}' \cdot \vec{r}} + f^*(\vec{k}_r, \vec{k}') \frac{e^{-ikr}}{r} \right\} \nabla \left\{ e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}} + f^*(\vec{k}_r, \vec{k}) \frac{e^{ikr}}{r} \right\} d\vec{S} - \\ & \oint_S \left\{ e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}} + f^*(\vec{k}_r, \vec{k}) \frac{e^{ikr}}{r} \right\} \nabla \left\{ e^{-i\vec{k}' \cdot \vec{r}} + f^*(\vec{k}_r, \vec{k}') \frac{e^{-ikr}}{r} \right\} d\vec{S} = 0 \end{aligned} \quad (\text{A.16})$$

Wykonując dość skomplikowaną procedurę całkowania, dostajemy:

$$4\pi \left(f^*(\vec{k}, \vec{k}') - f(\vec{k}', \vec{k}) \right) + 2ik \int f^*(\vec{k}_r, \vec{k}') f(\vec{k}_r, \vec{k}) d\Omega_{\vec{r}} = 0 \quad (\text{A.17})$$

czyli:

$$\frac{1}{2i} \left(f(\vec{k}', \vec{k}) - f^*(\vec{k}, \vec{k}') \right) = \frac{k}{4\pi} \int f^*(\vec{k}_r, \vec{k}') f(\vec{k}_r, \vec{k}) d\Omega_{\vec{r}} \quad (\text{A.18})$$

Dla $\vec{k} = \vec{k}'$ zależność ta redukuje się do:

$$\text{Im} f(\vec{k}, \vec{k}) = \frac{k}{4\pi} \int |f(\vec{k}_r, \vec{k})|^2 d\Omega_{\vec{r}} = \frac{k}{4\pi} \int \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega = \frac{k}{4\pi} \sigma_{el} \quad (\text{A.19})$$

gdzie σ_{el} jest przekrojem czynnym na rozpraszanie. Powyższa zależność przedstawia tzw. twierdzenie optyczne dla potencjału rzeczywistego. Całkowity strumień rozproszonych cząstek jest proporcjonalny do σ_{el} i równa się zmniejszeniu natężenia strumienia padającego przez działanie destruktywnej interferencji fali padającej i rozproszonej w kierunku padania.

W ogólności potencjał $V(\vec{r})$ jest funkcją zespoloną. W takim przypadku z równania Schrödingera mamy:

$$\begin{aligned} \Psi_{\vec{k}'}^* \left(-k^2 + \frac{2m}{\hbar^2} V(\vec{r}) \right) \Psi_{\vec{k}} - \Psi_{\vec{k}} \left(-k^2 + \frac{2m}{\hbar^2} V^*(\vec{r}) \right) \Psi_{\vec{k}'}^* = \\ \frac{2m}{\hbar^2} \Psi_{\vec{k}'}^* \Psi_{\vec{k}} [V(\vec{r}) - V^*(\vec{r})] = \frac{4mi}{\hbar^2} (\text{Im}V(\vec{r})) \Psi_{\vec{k}'}^* \Psi_{\vec{k}} \end{aligned} \quad (\text{A.20})$$

Wykonanie całkowania po dużej sferze, analogicznego do przypadku z potencjałem rzeczywistym, prowadzi do zależności:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2i} \left(f(\vec{k}', \vec{k}) - f^*(\vec{k}, \vec{k}') \right) = \frac{k}{4\pi} \int f^*(\vec{k}', \vec{k}') f(\vec{k}, \vec{k}) d\Omega_{\vec{r}} - \\ \frac{m}{2\pi\hbar^2} \int (\text{Im}V(\vec{r})) \Psi_{\vec{k}'}^* \Psi_{\vec{k}} d\vec{r} \end{aligned} \quad (\text{A.21})$$

W powyższym równaniu pojawia się nowy człon w stosunku do przypadku z potencjałem rzeczywistym. Do jego interpretacji możemy wykorzystać definicję strumienia A.12 i wynik z równania A.20.

$$\nabla \vec{j} = \frac{\hbar}{2im} \left(\frac{4mi}{\hbar^2} \text{Im}V(\vec{r}) |\Psi_{\vec{k}}|^2 \right) = \frac{2}{\hbar} \text{Im}V(\vec{r}) |\Psi_{\vec{k}}|^2 \quad (\text{A.22})$$

Przekrój czynny na oddziaływania nieelastyczne, czyli na absorpcje σ_{abs} , określamy jako stosunek strumienia padającego na barierę potencjału do strumienia zaabsorbowanego. Dopóki $\text{Im}V(\vec{r}) < 0$ cząstki są absorbowane proporcjonalnie do gęstości strumienia padającego. Określając strumień padających cząstek przez u , możemy zapisać:

$$u\sigma_{abs} = - \int \nabla \vec{j} d\vec{r} = - \frac{2}{\hbar} \int \text{Im}V(\vec{r}) |\Psi_{\vec{k}}|^2 d\vec{r} \quad (\text{A.23})$$

Z równania A.21 mamy zatem:

$$\text{Im}f(\vec{k}, \vec{k}) = \frac{k}{4\pi} \sigma_{el} + \frac{mu}{4\pi\hbar} \sigma_{abs} = \frac{k}{4\pi} (\sigma_{el} + \sigma_{abs}) = \frac{k}{4\pi} \sigma_{tot} \quad (\text{A.24})$$

co wyraża twierdzenie optyczne dla potencjału zespolonego. Wyraz $\text{Im}f(\vec{k}, \vec{k})$ oznacza rozpraszanie "do przodu". Absorpcja jest zawsze połączona z rozpra-

szaniem, przynajmniej z rozpraszaniem w tym samym kierunku, to znaczy, że jeżeli $\sigma_{abs} > 0$, to $\text{Im}f(\vec{k}, \vec{k}) > 0$. Na obrazie dyfrakcyjnym zawsze zaobserwujemy maksimum w centrum osi rozpraszanej wiązki.

Z równań A.5 i A.6 wynika następująca postać funkcji falowej:

$$\Psi_k(\vec{r}) = e^{i\vec{k}\vec{r}} - \frac{2m}{4\pi\hbar^2} \int \frac{e^{ik|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|} V(\vec{r}') \Psi(\vec{r}') d\vec{r}' \quad (\text{A.25})$$

Dla wyznaczenia dokładnego wyrażenia opisującego tę funkcję w przypadku potencjału centralnego, niezmiennego w czasie, posłużymy się metodą przybliżenia wysokoenergetycznego, zakładającą, że energia cząstek przechodzących przez potencjał znacznie przewyższa jego wartość bezwzględną, a długość fali de Broglie'a cząstek jest znacznie mniejsza od szerokości potencjału V . Mamy zatem następujące założenia:

$$\frac{V(\vec{r})}{E} \ll 1 \quad ka \gg 1 \quad (\text{A.26})$$

Konsekwencją takich założeń jest bardzo słabe rozpraszanie do tyłu, kąty rozpraszania są bardzo małe, a funkcja falowa $\Psi_k(\vec{r})$ może zostać przybliżona przez:

$$\Psi_k(\vec{r}) = e^{i\vec{k}\vec{r}} \Phi(\vec{r}) \quad (\text{A.27})$$

czyli:

$$\Phi(\vec{r}) = 1 - \frac{2m}{4\pi\hbar^2} \int \frac{e^{ik|\vec{r}-\vec{r}'|} - i\vec{k}(\vec{r}-\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|} V(\vec{r}') \Phi(\vec{r}') d\vec{r}' \quad (\text{A.28})$$

Iloczyn $V(\vec{r}') \Phi(\vec{r}')$ zmienia się bardzo wolno na odległościach rzędu długości fali, czyli $\frac{1}{k}$. Definiując nowy wektor położenia:

$$\vec{r}'' = \vec{r} - \vec{r}' \quad (\text{A.29})$$

możemy zapisać:

$$\Phi(\vec{r}) = 1 - \frac{2m}{4\pi\hbar^2} \int \frac{e^{i(k\vec{r}'' - \vec{k}\vec{r}'')} }{r''} V(\vec{r}-\vec{r}'') \Phi(\vec{r}-\vec{r}'') d\vec{r}'' \quad (\text{A.30})$$

Jeżeli bierzemy pod uwagę punkty wskazywane wektorem wodzącym $\vec{r}$, które znajdują się wewnątrz potencjału $V(\vec{r})$, największy wkład do całki dają wartości $\vec{r}''$ o kierunku zbliżonym do $\vec{k}$ (potencjał jest dla nich prawie stały). Za oś z obieramy kierunek wektora $\vec{k}$. Powyższa całka może być obliczona we współrzędnych sferycznych, gdzie element różniczkowy $d\vec{r}''$ wyrażamy przez:

$$d\vec{r}'' = r''^2 dr'' d\mu d\phi \quad (\text{A.31})$$

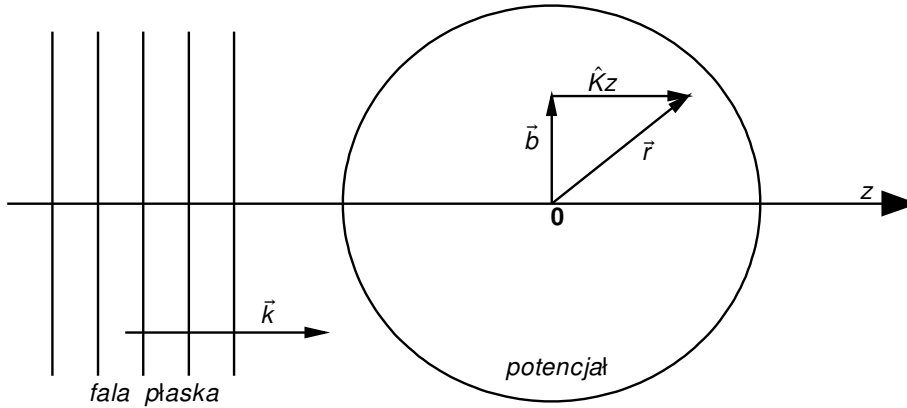
gdzie:

$\mu = \cos\angle(\vec{k}, \vec{r}'')$; ϕ – kąt azymutalny. Odległość, na której $V\Phi$ zmienia się znacząco, jest dużo większa od długości fali. Biorąc pod uwagę wszystkie poczynione założenia, wynikiem całkowania we współrzędnych kartezjańskich będzie:

$$\Phi(x, y, z) = e^{-\frac{i}{\hbar u} \int_{-\infty}^z V(x, y, z') dz'} \quad (\text{A.32})$$

gdzie oś z została wybrana w kierunku propagacji fali płaskiej $\vec{k}$ – patrz rys A.1. Ostatecznie więc funkcja falowa przyjmuje przybliżoną postać:

$$\Psi(x, y, z) = e^{ikz - \frac{i}{\hbar u} \int_{-\infty}^z V(x, y, z') dz'} \quad (\text{A.33})$$



Rysunek A.1. Definicja wektorów użytych w opisie rozpraszania fali płaskiej na potencjale sferycznym.

Wprowadzając wektor, którego długość $|\vec{b}|$ ma wartość parametru zderzenia, przedstawiamy wektor wodzący jako:

$$\vec{r} = \vec{b} + \vec{K}z; \quad |\vec{K}| = 1 \quad (\text{A.34})$$

a funkcja falowa wyraża się przez:

$$\Psi(\vec{r}) = e^{i\vec{k}\vec{r} - \frac{i}{\hbar u} \int_{-\infty}^z V(\vec{b} + \vec{K}z') dz'} \quad (\text{A.35})$$

Powyższe przybliżenie jest słuszne dla przypadku wysokoenergetycznego rozpraszania pod małymi kątami. Nie będzie ono prowadziło do poprawnego opisu Fourierowskiej amplitudy rozpraszania z dużym przekazem czteropędu.

Ograniczenie na kąty rozpraszania Θ ujęte w przestawionym opisie może być wyrażone przez:

$$\Theta^2 kd \ll 1 \quad (\text{A.36})$$

gdzie d jest ponownie odległością, na której istotnie zmienia się $V\Phi$. Pomimo tego silnego ograniczenia znaleziona postać funkcji falowej może być użyta do poprawnego opisu całkowitego natężenia strumienia rozproszonego.

Funkcja falowa z równania A.35 może być użyta w wyrażeniu na amplitudę rozpraszania z $\vec{k}$ do $\vec{k}'$ A.10, co daje:

$$f(\vec{k}', \vec{k}) = -\frac{2m}{4\pi\hbar^2} \int e^{-i\vec{k}'\vec{r}} V(\vec{r}) e^{i\vec{k}\vec{r} - \frac{i}{\hbar u} \int_{-\infty}^z V(\vec{b} + \vec{K}z') dz'} dz d^{(2)}b \quad (\text{A.37})$$

wstawiając $d\vec{r} = dz d^{(2)}b$, a $d^{(2)}b = d\vec{b}$ oznacza całkowanie po płaszczyźnie. Używając A.34 otrzymujemy:

$$f(\vec{k}', \vec{k}) = -\frac{2m}{4\pi\hbar^2} \int e^{i(\vec{k}-\vec{k}')(\vec{b}+\vec{K}z)} V(\vec{b} + \vec{K}z') e^{-\frac{i}{\hbar u} \int_{-\infty}^z V(\vec{b}+\vec{K}z') dz'} dz d^{(2)}b \quad (\text{A.38})$$

Z zasady zachowania energii wynika równość $|\vec{k}'| = |\vec{k}|$. Dla bardzo małych kątów rozpraszania wektor $\vec{k} - \vec{k}'$ jest prawie prostopadły do $\vec{k}$, więc również do $\vec{K}$. Mamy:

$$e^{i(\vec{k}-\vec{k}')\vec{K}z} \approx 1 \quad (\text{A.39})$$

oraz:

$$\begin{aligned} (\vec{k} - \vec{k}')\vec{K}z &\leq (1 - \cos \Theta) kd; \\ (1 - \cos \Theta) kd &\approx \Theta^2 kd \ll 1 \end{aligned} \quad (\text{A.40})$$

zatem:

$$e^{i\Theta^2 kd} \approx 1 \quad (\text{A.41})$$

Zastosowanie powyżej przedstawionego przybliżenia wysokoenergetycznego zwanego przybliżeniem małych kątów i wykonanie na równaniu A.38 całkowania po dz w granicach od ∞ do $+\infty$ prowadzi do następującej postaci wyrażenia na amplitudę rozpraszania:

$$f(\vec{k}', \vec{k}) = -\frac{k}{2\pi i} e^{i(\vec{k}-\vec{k}')\vec{b}} \left[e^{-\frac{i}{\hbar u} \int_{-\infty}^z V(\vec{b}+\vec{K}z') dz'} - 1 \right] d^{(2)}b \quad (\text{A.42})$$

Otrzymaliśmy w ten sposób wyrażenie opisujące amplitudę rozpraszania elastycznego dla potencjału $V(\vec{b})$. Jeżeli potencjał jest symetryczny w płaszczyźnie zderzenia, możemy zapisać:

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{i\lambda \cos(\phi)} d\phi = J_0(\lambda) \quad (\text{A.43})$$

a następnie, korzystając z przybliżenia małych kątów $(\vec{k}-\vec{k}')\vec{b} = kb\Theta \cos(\phi)$:

$$f(\Theta) = \frac{k}{i} \int_0^\infty J_0(kb\Theta) \left[e^{-\frac{i}{\hbar u} \int_{-\infty}^z V(\vec{b}+\vec{K}z') dz'} - 1 \right] db \quad (\text{A.44})$$

Zdefiniujmy funkcję odpowiadającą dwuwymiarowemu rozkładowi potencjału w płaszczyźnie prostopadłej do osi zderzenia:

$$\chi(\vec{b}) = -\frac{1}{\hbar u} \int_{-\infty}^\infty V(\vec{b} + \vec{K}z) dz \quad (\text{A.45})$$

wtedy wyrażenie A.42 przybiera postać:

$$f(\vec{k}', \vec{k}) = -\frac{k}{2\pi i} \int e^{i(\vec{k}-\vec{k}')\vec{b}} \left[e^{i\chi(\vec{b})} - 1 \right] d^{(2)}b \quad (\text{A.46})$$

Korzystając z równania A.11 i wyprowadzonego powyżej wyrażenia na amplitudę rozpraszania, przekrój czynny na rozpraszanie elastyczne wygląda następująco:

$$\sigma_{el} = \left(\frac{k}{2\pi} \right)^2 \int e^{i(\vec{k}-\vec{k}')\cdot(\vec{b}-\vec{b}')} \left\{ e^{i\chi(\vec{b})} - 1 \right\} \left\{ e^{-i\chi(\vec{b}')} - 1 \right\} d^{(2)}b d^{(2)}b' d\Omega_{k'} \quad (\text{A.47})$$

dalej, korzystając z założenia, że rozpraszanie zachodzi głównie w kierunkach "do przodu", czyli pod małymi kątami, powyższą całkę po sferze można zastąpić całkowaniem po płaszczyźnie prostopadłej do wektora $\vec{k}$ i stycznej do sfery w punkcie $\vec{k}' = \vec{k}$. W takim przypadku:

$$d\Omega_{k'} \approx \frac{d^{(2)}k'}{k^2}; \quad (\text{A.48})$$

dodatkowo:

$$\int e^{i(\vec{k}-\vec{k}')\cdot(\vec{b}-\vec{b}')} d^{(2)}k' = (2\pi)^2 \delta^{(2)}(\vec{b}-\vec{b}') \quad (\text{A.49})$$

gdzie $\delta^{(2)}(\vec{b}-\vec{b}')$ jest dwuwymiarową deltą Diraca. Wtedy:

$$\sigma_{el} = \int \left| e^{i\chi(\vec{b})} - 1 \right|^2 d^{(2)}b \quad (\text{A.50})$$

Z twierdzenia optycznego A.24 obliczamy wartość całkowitego przekroju czynnego:

$$\sigma_{tot} = \frac{4\pi}{k} \text{Im} \left\{ i \frac{k}{2\pi} \int (1 - e^{i\chi(\vec{b})}) d^{(2)}b \right\} \quad (\text{A.51})$$

czyli:

$$\sigma_{tot} = 2 \int \left(1 - \text{Re} \, e^{i\chi(\vec{b})} \right) d^{(2)}b \quad (\text{A.52})$$

Jako że przekrój czynny na absorpcję σ_{abs} wyrażony jest poprzez różnicę wartości całkowitego przekroju czynnego σ_{tot} i przekroju na rozpraszanie elastyczne, σ_{el} mamy:

$$\sigma_{abs} = \int \left(1 - \left| e^{i\chi(\vec{b})} \right|^2 \right) d^{(2)}b. \quad (\text{A.53})$$

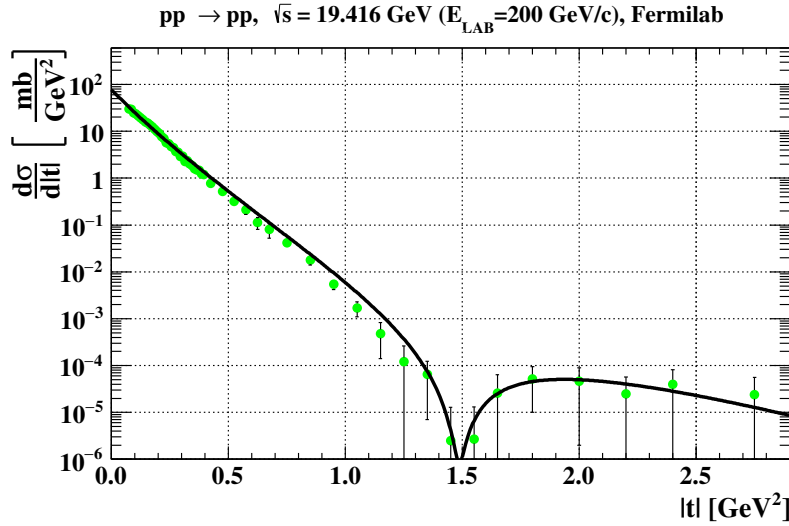
Zestaw równań A.50, A.53 i A.52 uzależnia wartości elastycznego, nieelastycznego i całkowitego przekroju czynnego na zderzenia obiektów o symetrycznym rozkładzie materii hadronowej od postaci tego rozkładu. Funkcja $\chi(\vec{b})$ będąca w ogólności funkcją zespoloną, zwana eikonalem, reprezentuje dwuwymiarowy rozkład materii zderzających się obiektów w płaszczyźnie prostopadłej do osi zderzenia. Znajomość dyskutowanego rozkładu jest zatem wystarczająca do obliczenia wartości przekrojów czynnych na absorpcję i rozpraszanie.

Dodatek B

Wyniki dopasowań rozkładów materii hadronowej w protonie do różniczkowych elastycznych przekrojów czynnych

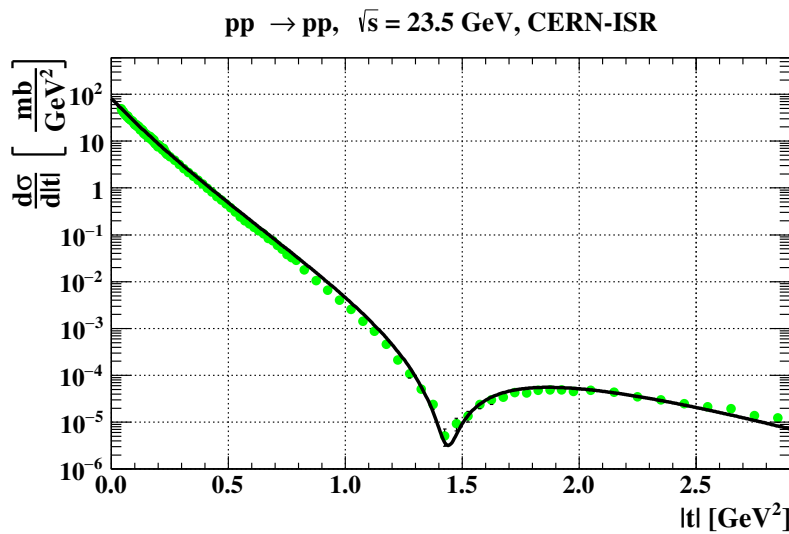
Dyskutowane w rozdziale 5 rozkłady oddziałującej części materii hadronowej w protonie określone zostały na podstawie dopasowań do zmierzonych rozkładów różniczkowych elastycznych przekrojów czynnych, które są proporcjonalne do kwadratu amplitudy rozpraszania elastycznego 5.9. Do przygotowania modelu użyte zostały dane dostępne dla 12 punktów na skali energii w zakresie $\sqrt{s}$ od 19 GeV do 8 TeV uzyskane w laboratoriach Fermilab i CERN. Taki zestaw danych pozwolił na poprawne opisanie zmian rozkładu materii w protonie wraz ze zmianą energii, przy jakiej dochodzi do aktu oddziaływania. Rysunki poniższe przedstawiają wyniki dopasowań parametrów modelu do różniczkowych elastycznych przekrojów czynnych. Czarne linie reprezentują obliczone amplitudy dla parametrów oznaczonych niebieskimi punktami na rysunkach 5.2. Rozkłady różniczkowych przekrojów czynnych w zderzeniach proton-proton zostały w przeszłości zmierzone również przy niższych energiach, jednak dane te nie są brane pod uwagę w niniejszej pracy ze względu na brak widocznego obszaru minimum dyfrakcyjnego. Parametry techniczne eksperymentów wykonujących w przeszłości pomiary przy niższych energiach [139] nie pozwalały na precyzyjne zbadanie zjawiska przy większych przekładach czteropędu. Problemem jest tutaj również istotny wpływ oddziaływania kulombowskiego. Obecnie najwyższymi energiami, dla których dostępne są różniczkowe rozkłady elastyczne w zderzeniach pp są $\sqrt{s} = 7$ TeV w zakresie $|t| < 3 \text{ GeV}^2$ oraz 8 TeV w zakresie $|t| < 0.4 \text{ GeV}^2$ (bez widocznego minimum dyfrakcyjnego) zmierzone w akceleratorze LHC. Dane dla 13 TeV nie są jeszcze opublikowane.

B.1. Niskie energie zderzeń pp w laboratorium Fermilab

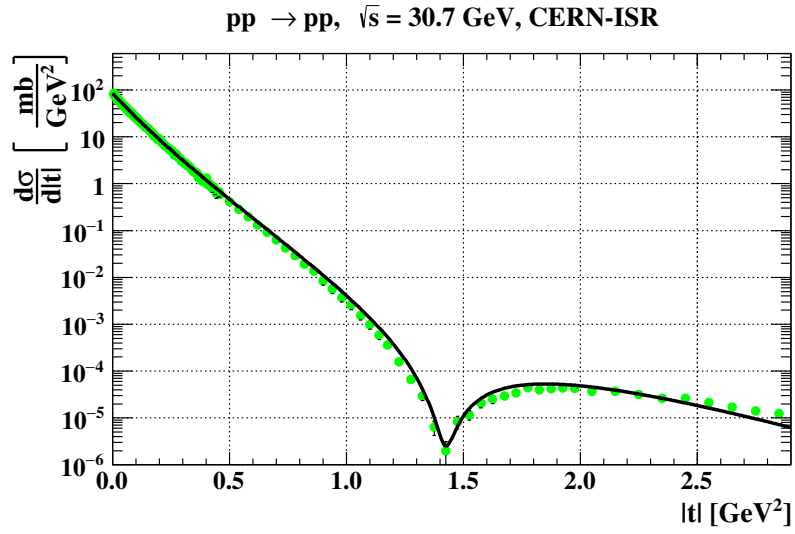


Rysunek B.1. Wyniki dopasowań rozkładów materii hadronowej do elastycznych różniczkowych przekrojów czynnych zmierzonych przez eksperyment E-0007 w laboratorium Fermilab w zderzeniach p-p przy energii $\sqrt{s} = 19.416 \text{ GeV}$ [47].

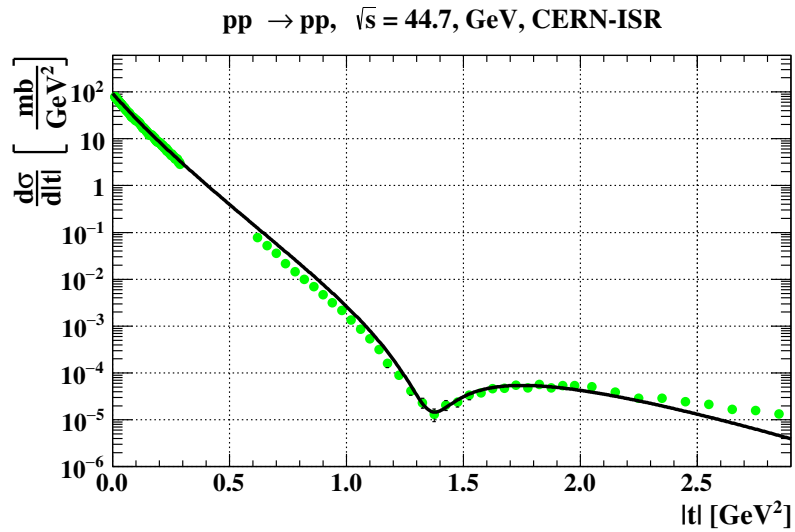
B.2. Pomiary dla zderzeń pp w laboratorium CERN przy $\sqrt{s}$ od 23.5 GeV do 62.5 GeV – eksperyment Intersecting Storage Ring (ISR)



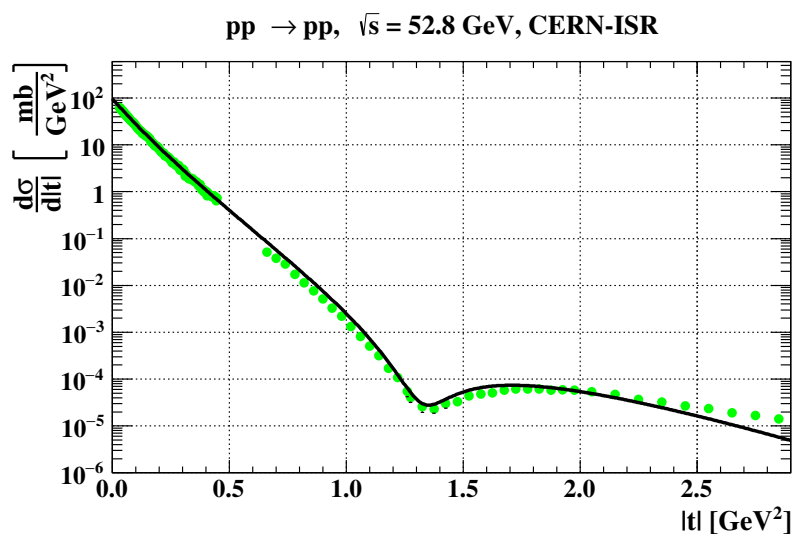
Rysunek B.2. Wyniki dopasowań do danych z eksperymentu ISR z CERN-u dla zderzeń p-p przy energii $\sqrt{s} = 23.5 \text{ GeV}$ [72].



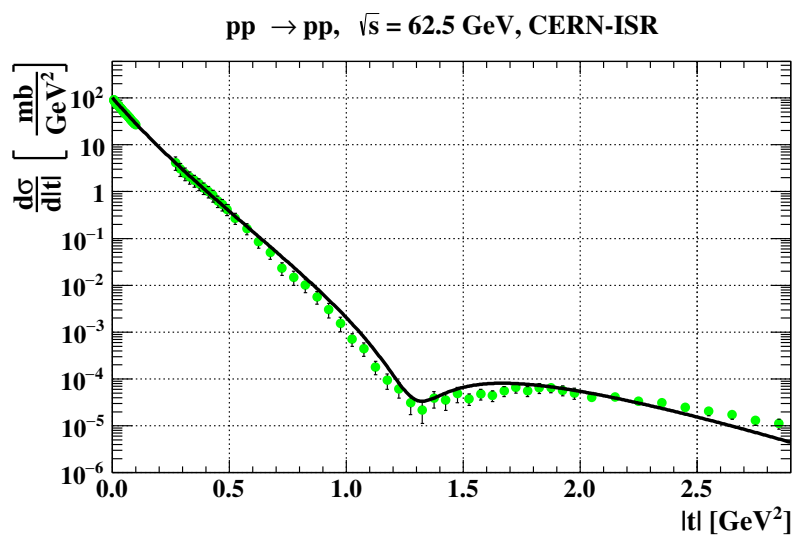
Rysunek B.3. Wyniki dopasowań do danych z eksperymentu ISR z CERN-u dla zderzeń p-p przy energii $\sqrt{s} = 30.7$ GeV [72].



Rysunek B.4. Wyniki dopasowań do danych z eksperymentu ISR z CERN-u dla zderzeń p-p przy energii $\sqrt{s} = 44.7$ GeV [72].

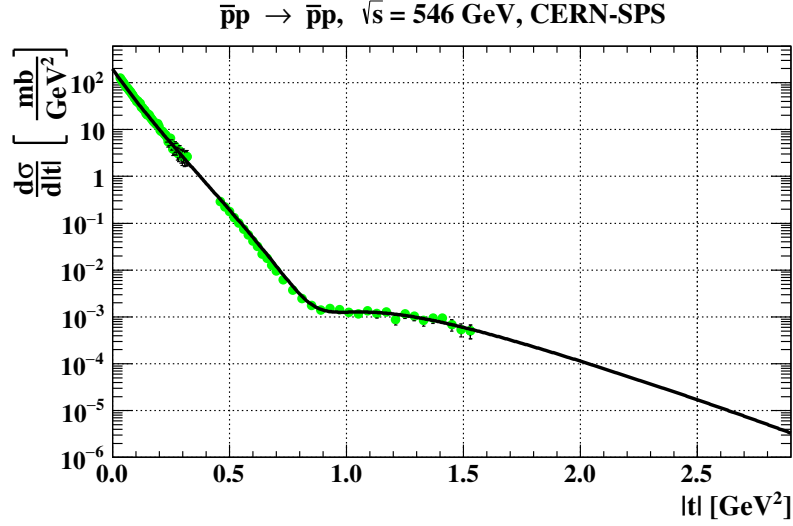


Rysunek B.5. Wyniki dopasowań do danych z eksperymentu ISR z CERN-u dla zderzeń p-p przy energii $\sqrt{s} = 52.8$ GeV [72].

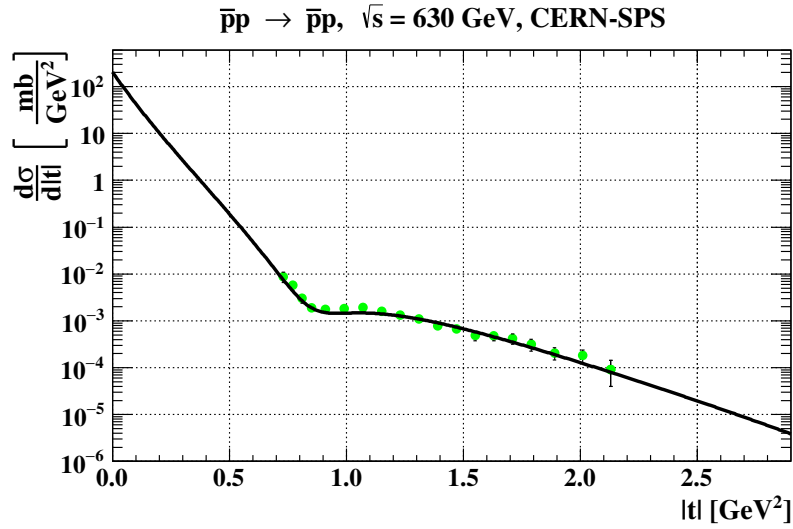


Rysunek B.6. Wyniki dopasowań do danych z eksperymentu ISR z CERN-u dla zderzeń p-p przy energii $\sqrt{s} = 62.5$ GeV [72].

B.3. Eksperyment Super Proton Synchrotron (SPS) w laboratorium CERN.

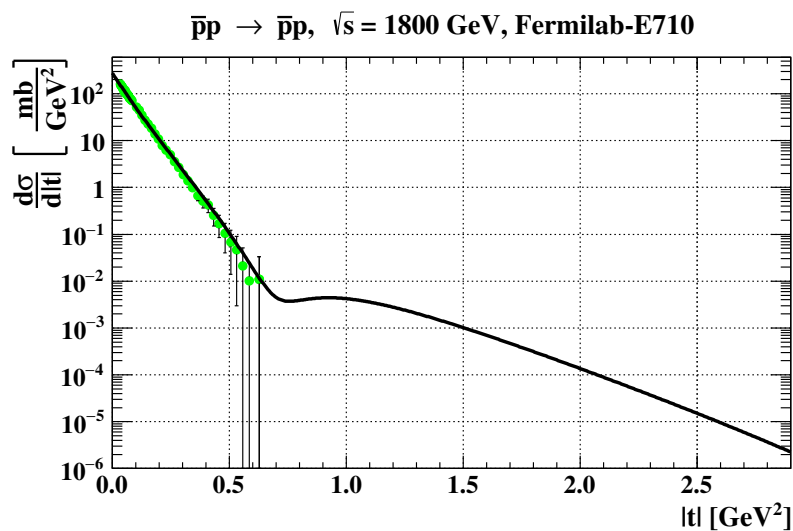


Rysunek B.7. Wyniki dopasowań do danych z eksperymentu SPS z CERN-u dla zderzeń p-p przy energii $\sqrt{s} = 546 \text{ GeV}$ [48, 49]

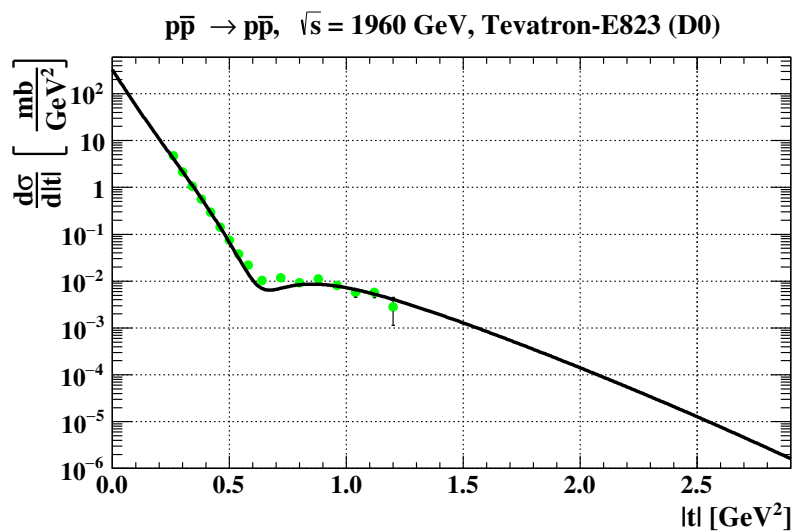


Rysunek B.8. Wyniki dopasowań do danych z eksperymentu SPS z CERN-u dla zderzeń p-p przy energii $\sqrt{s} = 630 \text{ GeV}$ [140]

B.4. Eksperyment Tevatron w laboratorium Fermilab

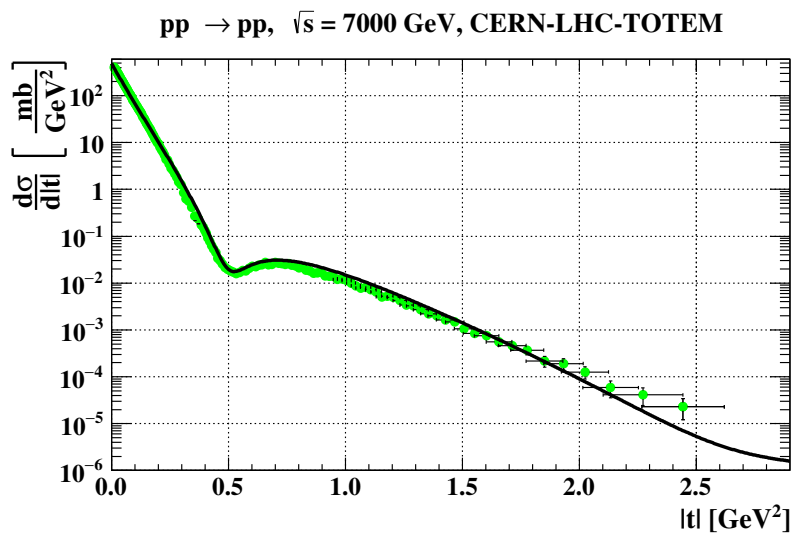


Rysunek B.9. Wyniki dopasowań do danych z akceleratora Tevatron w laboratorium Fermilab dla zderzeń p-p przy energii $\sqrt{s} = 1800 \text{ GeV}$ [38]

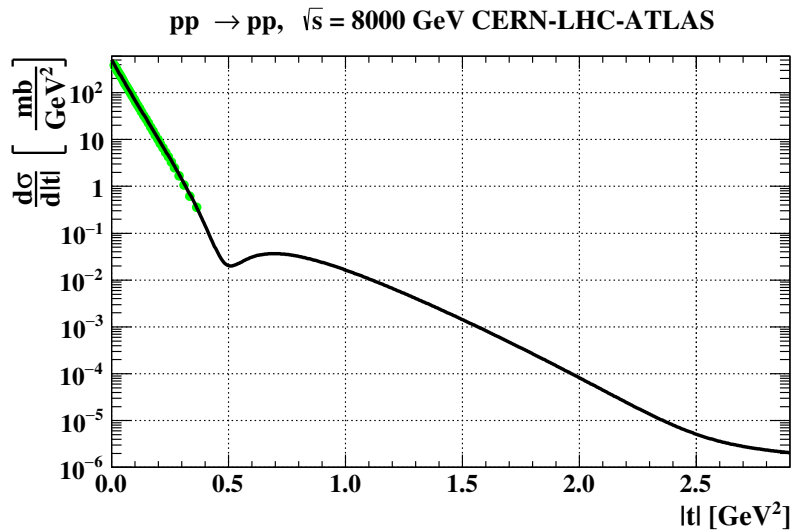


Rysunek B.10. Wyniki dopasowań do danych z akceleratora Tevatron w laboratorium Fermilab dla zderzeń p-p przy energii $\sqrt{s} = 1960 \text{ GeV}$ [141].

B.5. LHC - Wielki Zderzacz Hadronów. Eksperymenty TOTEM i ATLAS



Rysunek B.11. Wyniki dopasowań do danych z akceleratora LHC w laboratorium CERN dla zderzeń p-p przy energii $\sqrt{s} = 7000 \text{ GeV}$. Eksperyment TOTEM [50, 51]



Rysunek B.12. Wyniki dopasowań do danych z akceleratora LHC w laboratorium CERN dla zderzeń p-p przy energii $\sqrt{s} = 8000 \text{ GeV}$. Eksperyment ATLAS [39]

Dodatek C

Rozpraszanie na czarnym dysku

Jednym z pierwszych przybliżeń stosowanych w modelach geometrycznych opisujących rozpraszanie hadronów było rozpraszanie na tzw. czarnym dysku. Zgodnie z nim zakłada się, że wraz ze wzrostem energii zderzenia gęstość rozpraszanej cząstki rośnie, aż jej rzut na płaszczyznę prostopadłą do osi zderzenia staje się czarnym dyskiem o promieniu R . W obrębie dysku gęstość jest na tyle duża, że następuje całkowite pochłonięcie.

Z równań A.45 i A.52 w dodatku A wiemy, że poprzez twierdzenie optyczne zależności pomiędzy rozpraszającym potencjałem a całkowitym przekrojem czynnym wyraża się przez:

$$\chi(\vec{b}) = -\frac{1}{\hbar u} \int_{-\infty}^{\infty} V(\vec{b} + \vec{K}z) dz \quad (\text{C.1})$$

$$\sigma_{tot} = 2 \int \left(1 - \text{Re} \, e^{i\chi(\vec{b})}\right) d^{(2)}b \quad (\text{C.2})$$

Dla potencjału sferycznego o promieniu R i gęstości V_0 mamy:

$$\chi(b) = \begin{cases} \frac{2V_0}{\hbar u} \sqrt{R^2 - b^2}, & b < R \\ 0, & b > R \end{cases}$$

Dla całkowicie pochłaniającego potencjału $V_0 \rightarrow \infty$, czyli dla czarnego dysku, całkowity przekrój wyraża się przez:

$$\sigma_{tot} = 2\pi R^2 \quad (\text{C.3})$$

Korzystając z A.50 oraz zależności:

$$\sigma_{tot} = \sigma_{el} + \sigma_{inel} \quad (\text{C.4})$$

dostajemy:

$$\sigma_{el} = \sigma_{inel} = \pi R^2 \quad (C.5)$$

W powyższym równaniu zawarta jest zasada Babinet'a. Na całkowity przekrój czynny dla czarnego dysku składa się zarówno całkowite pochłanianie na powierzchni πR^2 , jak i rozpraszanie na krawędzi tej powierzchni. Wynika stąd limit stosunku przekroju elastycznego do całkowitego dla rozpraszania przy wysokich energiach:

$$\sigma_{el}/\sigma_{tot} = 0.5 \quad (C.6)$$

Różniczkowy elastyczny przekrój czynny dla rozpraszania na czarnym dysku dla bardzo małych kątów (małego przekazu czteropędu q^2) rozpraszania może być przybliżony przez:

$$\frac{d\sigma_{el}(dysk)}{dq^2} = \pi R^2 \left| \frac{J_1(Rq)}{Rq} \right|^2 \approx \frac{\pi R^4}{4} \exp\left(-\frac{R^2 q^2}{4}\right) \quad (C.7)$$

Opis taki pozostaje w analogii do opisu natężenia światła I rozpraszanego na szczelinie średnicy D w przybliżeniu Fraunhofera [142]:

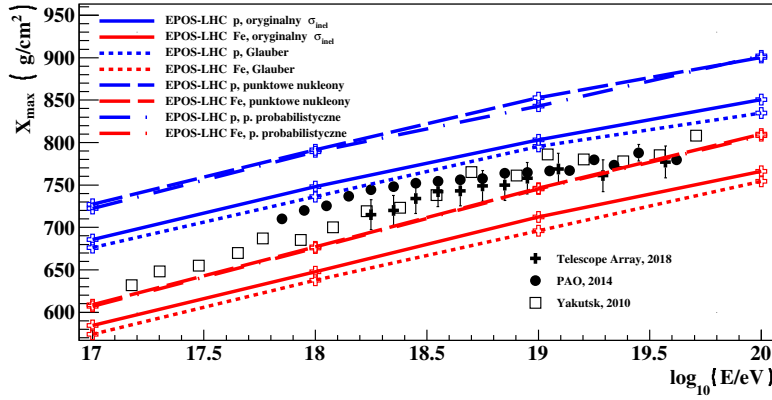
$$I(\gamma) = I_0 \left(\frac{2J_1(\gamma)}{\gamma} \right)^2 \quad \text{gdzie} \quad \gamma = \frac{1}{2} k D \sin\theta \quad (C.8)$$

Dodatek D

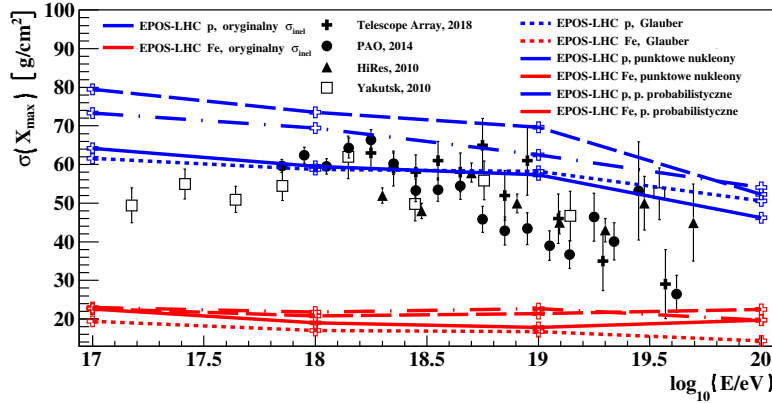
Wyniki symulacji pozycji X_{max} w programie CORSIKA

W pierwszej kolejności symulacje rozkładów podłużnych cząstek naładowanych przy zastosowaniu obliczonych w rozdziale 5 przekrojów czynnych wykonałem przy użyciu programu symulacyjnego CORSIKA. Szybko jednak okazało się, że czas symulacji dla najwyższych energii jest zbyt duży, aby nawet przy użyciu dość wysokiego "thinningu" uzyskać statystyki wystarczające do wiarygodnego rozstrzygnięcia kwestii różnic pomiędzy symulacjami z oryginalnymi i obliczonymi na nowo przekrojami. Liczba pęków, dla których wykonane zostały symulacje, jest tutaj funkcją energii cząstki pierwotnej i przedstawia się następująco: $E_0 = 10^{17}\text{eV}$ - 500 pęków; $E_0 = 10^{18}\text{eV}$ - 500 pęków; $E_0 = 10^{19}\text{eV}$ - 250 pęków; $E_0 = 10^{20}\text{eV}$ - 100 pęków; Poniżej na tle danych eksperymentalnych przedstawione są wyniki tych symulacji, analogiczne do tych uzyskanych przy użyciu programu CONEX i pokazanych w rozdziale 6.

D.1. EPOS-LHC

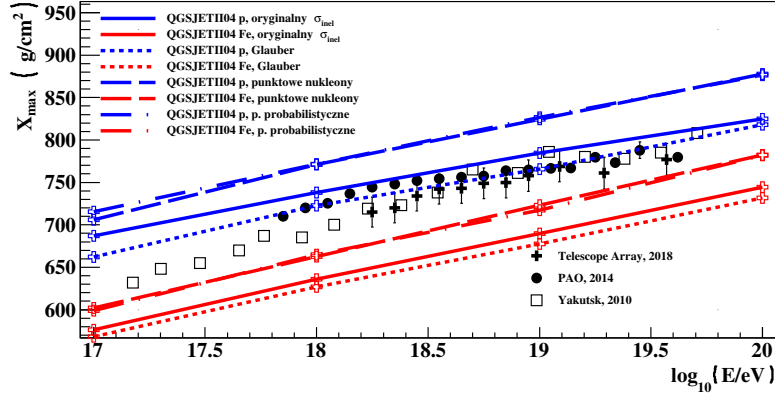


Rysunek D.1. Wartości średnie X_{max} z symulacji rozkładów podłużnych cząstek naładowanych w pęku z zastosowaniem modelu EPOS-LHC w programie CORSIKA i trzech różnych modeli ekstrapolacji przekroju.

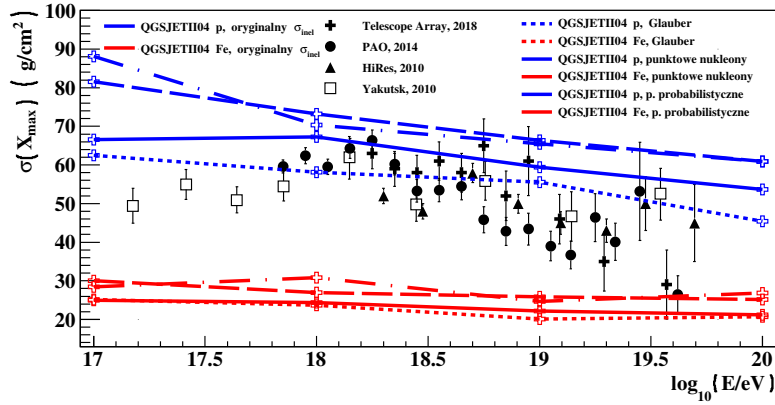


Rysunek D.2. Wartości dyspersji $\sigma(X_{max})$ z symulacji rozkładów podłużnych cząstek naładowanych w pęku z zastosowaniem modelu EPOS w programie CORSIKA i trzech różnych modeli ekstrapolacji przekroju.

D.2. QGSJETII-04

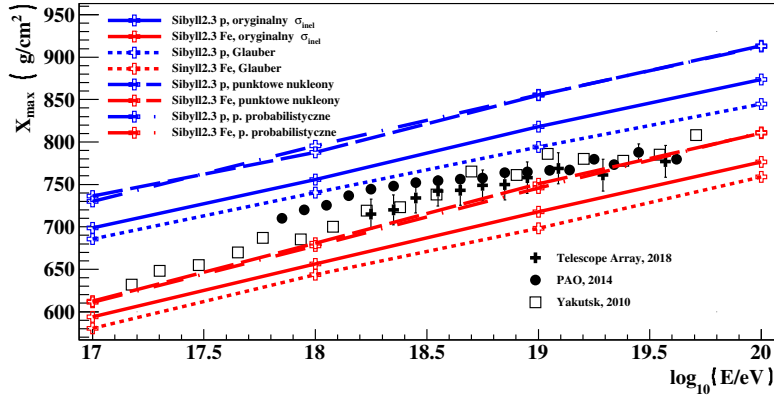


Rysunek D.3. Wartości X_{max} z symulacji rozkładów podłużnych cząstek naładowanych w pęku z zastosowaniem modelu QGSJETII-04 w programie CORSIKA i trzech różnych modeli ekstrapolacji przekroju.

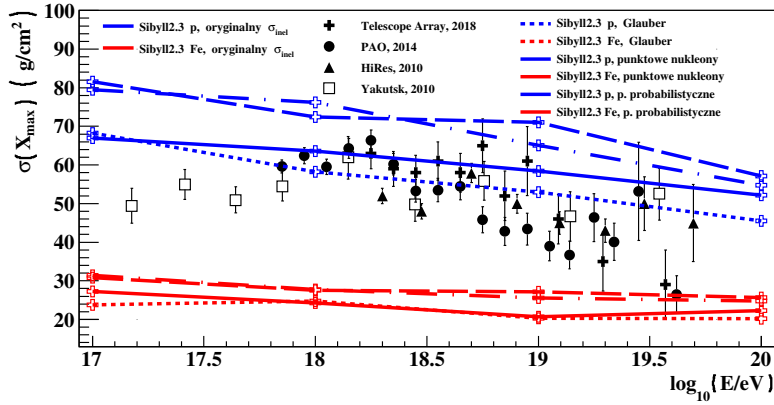


Rysunek D.4. Wartości dyspersji $\sigma(X_{max})$ z symulacji rozkładów podłużnych cząstek naładowanych w pęku z zastosowaniem modelu QGSJETII-04 w programie CORSIKA i trzech różnych modeli ekstrapolacji przekroju.

D.3. Sibyll 2.3c



Rysunek D.5. Wartości X_{max} z symulacji rozkładów podłużnych cząstek naładowanych w pęku z zastosowaniem modelu Sibyll 2.3c w programie CORSIKA i trzech różnych modeli ekstrapolacji przekroju.



Rysunek D.6. Wartości dyspersji $\sigma(X_{max})$ z symulacji rozkładów podłużnych cząstek naładowanych w pęku z zastosowaniem modelu Sibyll 2.3 w programie CORSIKA i trzech różnych modeli ekstrapolacji przekroju.

Spis rysunków

1.1.	Widmo promieniowania kosmicznego przeskalowane przez czynnik $E^{2.5}$	12
3.1.	Pojedynczy moduł detektora EUSO.	23
3.2.	Ilustracja metody pomiaru zastosowanej w eksperymentach z rodziny EUSO.	24
3.3.	Porównanie rocznej ekspozycji różnych eksperymentów mierzących promieniowanie kosmiczne [18].	25
4.1.	Ilustracja łamania skalowania KNO.	30
4.2.	Model GHOST w interpretacji zmierzonych rozkładów pseudopośpieszności.	32
5.1.	Wyniki dopasowań rozkładów materii hadronowej do elastycznych różniczkowych przekrojów czynnych dla zderzeń proton-proton przy energiach od 20 GeV do 7 TeV.	39
5.2.	Zależności energetyczne parametrów rozkładu materii hadronowej w protonie dla przedstawionego modelu optycznego.	42
5.3.	Wyniki dopasowań rozkładów materii hadronowej w protonie do różniczkowych elastycznych przekrojów czynnych dla trzech przykładowych energii.	43
5.4.	Wykresy funkcji nieprzezroczystości $\Gamma_{Im}(b, s)$ protonu od parametru zderzenia b dla trzech przykładowych energii.	44
5.5.	Zależności funkcji $\lambda(s)$ użytej w modelu oraz $\rho(s)$ jako wynik uzyskany z modelu na tle danych eksperymentalnych prezentujących stosunek części rzeczywistej do urojonej amplitudy rozpraszania przy zerowym przekazie czteropędu.	46
5.6.	Stosunek elastycznego do całkowitego przekroju czynnego obliczonego na podstawie proponowanego modelu.	47
5.7.	Porównanie wartości parametru B omawianego modelu wyznaczonego dla różnych zakresów przekazu czteropędu z danymi eksperymentalnymi.	49
5.8.	Porównanie wartości wykładnika B rozkładów $\frac{d\sigma_{el}}{dt}$	49
5.9.	Porównanie wartości obliczonych przekrojów: elastycznego σ_{el} , nieelastycznego σ_{inel} i całkowitego σ_{tot} z danymi eksperymentalnymi.	50

5.10.	Wyniki przekrojów elastycznych na oddziaływanie proton-powietrze, obliczone metodą Glaubera i metodami przybliżonymi, porównane z danymi eksperymentalnymi i wartościami funkcjonującymi w trzech powszechnie używanych modelach oddziaływań wysokich energii. . . .	58
5.11.	Wyniki przekrojów elastycznych na oddziaływanie żelazo-powietrze, obliczone metodą Glaubera i metodami przybliżonymi, porównane z wartościami funkcjonującymi w trzech powszechnie używanych modelach oddziaływań wysokich energii.	59
6.1.	Porównanie wyników symulacji rozkładów podłużnych cząstek naładowanych dla pęków protonowych i żelazowych z pomiarami wykonanymi przez eksperyment PAO.	63
6.2.	Wartości średnie X_{max} z symulacji modelem EPOS-LHC w programie CONEX	67
6.3.	Wartości dyspersji rozkładów X_{max} z symulacji modelem EPOS-LHC w programie CONEX	67
6.4.	Wartości średnie X_{max} z symulacji modelem QGSJETII-04 w programie CONEX	68
6.5.	Wartości dyspersji rozkładów X_{max} z symulacji modelem QGSJETII-04 w programie CONEX	68
6.6.	Wartości średnie X_{max} z symulacji modelem Sibyll 2.3c w programie CONEX	69
6.7.	Wartości dyspersji rozkładów X_{max} z symulacji modelem Sibyll w programie CONEX	69
7.1.	Wyniki symulacji przedstawiające dokładność wyznaczania pozycji X_{max} dla eksperymentu JEM-EUSO.	72
A.1.	Definicja wektorów użytych w opisie rozpraszania fali płaskiej na potencjale sferycznym.	82
B.1.	Wyniki dopasowań rozkładów materii hadronowej do elastycznych różniczkowych przekrojów czynnych zmierzonych przez eksperyment E-0007 w laboratorium Fermilab w zderzeniach p-p przy energii $\sqrt{s} = 19.416$ GeV [47].	88
B.2.	Wyniki dopasowań do danych z eksperymentu ISR z CERN-u dla zderzeń p-p przy energii $\sqrt{s} = 23.5$ GeV [72].	88
B.3.	Wyniki dopasowań do danych z eksperymentu ISR z CERN-u dla zderzeń p-p przy energii $\sqrt{s} = 30.7$ GeV [72].	89
B.4.	Wyniki dopasowań do danych z eksperymentu ISR z CERN-u dla zderzeń p-p przy energii $\sqrt{s} = 44.7$ GeV [72].	89
B.5.	Wyniki dopasowań do danych z eksperymentu ISR z CERN-u dla zderzeń p-p przy energii $\sqrt{s} = 52.8$ GeV [72].	90

B.6.	Wyniki dopasowań do danych z eksperymentu ISR z CERN-u dla zderzeń p-p przy energii $\sqrt{s} = 62.5$ GeV [72].	90
B.7.	Wyniki dopasowań do danych z eksperymentu SPS z CERN-u dla zderzeń p-p przy energii $\sqrt{s} = 546$ GeV [48, 49]	91
B.8.	Wyniki dopasowań do danych z eksperymentu SPS z CERN-u dla zderzeń p-p przy energii $\sqrt{s} = 630$ GeV [140]	91
B.9.	Wyniki dopasowań do danych z akceleratora Tevatron w laboratorium Fermilab dla zderzeń p-p przy energii $\sqrt{s} = 1800$ GeV [38]	92
B.10.	Wyniki dopasowań do danych z akceleratora Tevatron w laboratorium Fermilab dla zderzeń p-p przy energii $\sqrt{s} = 1960$ GeV [141].	92
B.11.	Wyniki dopasowań do danych z akceleratora LHC w laboratorium CERN dla zderzeń p-p przy energii $\sqrt{s} = 7000$ GeV. Eksperyment TOTEM [50, 51]	93
B.12.	Wyniki dopasowań do danych z akceleratora LHC w laboratorium CERN dla zderzeń p-p przy energii $\sqrt{s} = 8000$ GeV. Eksperyment ATLAS [39]	93
D.1.	Wartości średnie X_{max} z symulacji modelem EPOS-LHC w programie CORSIKA	98
D.2.	Wartości dyspersji rozkładów X_{max} z symulacji modelem EPOS-LHC w programie CORSIKA	98
D.3.	Wartości średnie X_{max} z symulacji modelem QGSJETII-04 w programie CORSIKA	99
D.4.	Wartości dyspersji rozkładów X_{max} z symulacji modelem QGSJETII-04 w programie CORSIKA	99
D.5.	Wartości średnie X_{max} z symulacji modelem Sibyll 2.3c w programie CORSIKA	100
D.6.	Wartości dyspersji rozkładów X_{max} z symulacji modelem Sibyll w programie CORSIKA	100

Spis tabel

5.1.	Parametry funkcji $\lambda(s)$ użytej w modelu.	44
5.2.	Porównanie wyników całkowitego przekroju czynnego ekstrapolowanego przy użyciu proponowanego modelu z danymi eksperymentalnymi i przewidywaniami innych modeli	60
5.3.	Zestawienie danych eksperymentalnych przedstawiających wartość parametru B jako wykładnika funkcji eksponent opisującej różniczkowe elastyczne przekroje czynne dla zderzeń pp i $\bar{p}p$ w różnych zakresach przekazu czteropędu $ t $	61

Bibliografia

- [1] V. F. Hess. Über Beobachtungen der durchdringenden Strahlung bei sieben Freiballonfahrten. *Physikalische Zeitschrift*, 13:1084–1091, November 1912.
- [2] Andreas Haungs and JEM-EUSO Collaboration. Physics goals and status of jem-euso and its test experiments. *Journal of Physics: Conference Series*, 632(1):012092, 2015. URL <http://stacks.iop.org/1742-6596/632/i=1/a=012092>.
- [3] Kenneth Greisen. End to the cosmic-ray spectrum? *Phys. Rev. Lett.*, 16:748–750, Apr 1966. doi: 10.1103/PhysRevLett.16.748. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.16.748>.
- [4] G. T. Zatsepin and V. A. Kuzmin. Upper limit of the spectrum of cosmic rays. *JETP Lett.*, 4:78–80, 1966. [Pisma Zh. Eksp. Teor. Fiz.4,114(1966)].
- [5] P. Abreu et al. Update on the correlation of the highest energy cosmic rays with nearby extragalactic matter. *Astropart. Phys.*, 34:314–326, 2010. doi: 10.1016/j.astropartphys.2010.08.010.
- [6] R. U. Abbasi et al. Indications of Intermediate-Scale Anisotropy of Cosmic Rays with Energy Greater Than 57 EeV in the Northern Sky Measured with the Surface Detector of the Telescope Array Experiment. *Astrophys. J.*, 790:L21, 2014. doi: 10.1088/2041-8205/790/2/L21.
- [7] O. Adriani et al. PAMELA Measurements of Cosmic-ray Proton and Helium Spectra. *Science*, 332:69–72, 2011. doi: 10.1126/science.1199172.
- [8] M. Aguilar et al. Precision Measurement of the Proton Flux in Primary Cosmic Rays from Rigidity 1 GV to 1.8 TV with the Alpha Magnetic Spectrometer on the International Space Station. *Phys. Rev. Lett.*, 114:171103, 2015. doi: 10.1103/PhysRevLett.114.171103.
- [9] M. Ave et al. The TRACER instrument: A balloon-borne cosmic-ray detector. *Nucl. Instrum. Meth.*, A654:140–156, 2011. doi:

- 10.1016/j.nima.2011.05.050.
- [10] Pavel Klimov et al. Ultra high energy cosmic rays detector TUS on-board Lomonosov satellite. page 0406.
 - [11] H. Falcke et al. Detection and imaging of atmospheric radio flashes from cosmic ray air showers. *Nature*, 435:313–316, 2005. doi: 10.1038/nature03614.
 - [12] P. Schellart et al. Detecting cosmic rays with the LOFAR radio telescope. *Astron. Astrophys.*, 560:A98, 2013. doi: 10.1051/0004-6361/201322683.
 - [13] J. Matthews. A Heitler model of extensive air showers. *Astropart. Phys.*, 22:387–397, 2005. doi: 10.1016/j.astropartphys.2004.09.003.
 - [14] D. Heck, J. Knapp, J. N. Capdevielle, G. Schatz, and T. Thouw. *CORSIKA: a Monte Carlo code to simulate extensive air showers*. 1998.
 - [15] Till Bergmann, R. Engel, D. Heck, N. N. Kalmykov, Sergey Ostapchenko, T. Pierog, T. Thouw, and K. Werner. One-dimensional Hybrid Approach to Extensive Air Shower Simulation. *Astropart. Phys.*, 26: 420–432, 2007. doi: 10.1016/j.astropartphys.2006.08.005.
 - [16] W. Ralph Nelson, H. Hirayama, and David W. O. Rogers. The Egs4 Code System. 1985.
 - [17] Yoshiya Kawasaki et al. Ground-based tests of JEM-EUSO components at the Telescope Array site, “EUSO-TA”. *Exper. Astron.*, 40(1): 301–314, 2015. doi: 10.1007/s10686-015-9441-6.
 - [18] Francesco Fenu. The JEM-EUSO program. 2017.
 - [19] H. Miyamoto and M. Bertaina. Results of the first EUSO-Balloon flight. *J. Phys. Conf. Ser.*, 718(5):052025, 2016. doi: 10.1088/1742-6596/718/5/052025.
 - [20] Zbigniew Plebaniak, Jacek Szabelski, Tadeusz Wibig, Lech Piotrowski, and On Behalf Of The Jem-Euso Collaboration. Point Spread Function of EUSO-TA detector. *PoS, ICRC2017*:460, 2018. doi: 10.22323/1.301.0460.
 - [21] G. Abdellaoui et al. Euso-ta – first results from a ground-based euso telescope. *Astroparticle Physics*, 102:98 – 111, 2018. ISSN 0927-6505. doi: <https://doi.org/10.1016/j.astropartphys.2018.05.007>. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0927650518301191>.
 - [22] Lawrence Wiencke and Angela Olinto. EUSO-SPB1 Mission and Science. *PoS, ICRC2017*:1097, 2018. doi: 10.22323/1.301.1097.
 - [23] James H. Adams et al. White paper on EUSO-SPB2. 2017.
 - [24] Marco Casolino, A. Belov, M. Bertaina, G. Cambie, F. Capel, T. Ebi-

- suzaki, P. Klimov, M. I. Panasyuk, Piergiorgio Picozza, and M. Ricci. Science of Mini-EUSO detector on board the International Space Station. *PoS*, ICRC2017:369, 2018. doi: 10.22323/1.301.0369.
- [25] Marco Casolino, A. Belov, M. Bertaina, T. Ebisuzaki, Masaki Fukushima, P. Klimov, M. I. Panasyuk, Piergiorgio Picozza, H. Sagawa, and K. Shinozaki. KLYPVE-EUSO: Science and UHECR observational capabilities. *PoS*, ICRC2017:368, 2018. doi: 10.22323/1.301.0368.
- [26] Z. Koba, H.B. Nielsen, and P. Olesen. Scaling of multiplicity distributions in high energy hadron collisions. *Nuclear Physics B*, 40:317 – 334, 1972. ISSN 0550-3213. doi: [https://doi.org/10.1016/0550-3213\(72\)90551-2](https://doi.org/10.1016/0550-3213(72)90551-2). URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0550321372905512>.
- [27] Jean-Noël Capdevielle, Zbigniew Plebaniak, Barbara Szabelska, and Jacek Szabelski. Multiple production up to $\sqrt{s} = 13$ TeV with the generator GHOST adapted to cosmic ray simulation. *EPJ Web Conf.*, 145:13002, 2017. doi: 10.1051/epjconf/201614513002.
- [28] G. Aad et al. Charged-particle distributions in pp interactions at $\sqrt{s} = 8$ tev measured with the atlas detector. *The European Physical Journal C*, 76(7):403, Jul 2016. ISSN 1434-6052. doi: 10.1140/epjc/s10052-016-4203-9. URL <https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-016-4203-9>.
- [29] J. WDOWCZYK and A. W. WOLFENDALE. Mass composition of high-energy cosmic rays and scaling violation in their interactions. *Nature*, 306:347, 1983.
- [30] M Basile, G Bonvicini, G Cara Romeo, L Cifarelli, A Contin, M Curatolo, G D’Alí, C Del Papa, B Esposito, P Giusti, et al. Experimental proof that the leading protons are not correlated. *Il Nuovo Cimento A (1965-1970)*, 73(4):329–334, 1983.
- [31] V. N. Gribov. A REGGEON DIAGRAM TECHNIQUE. *Sov. Phys. JETP*, 26:414–422, 1968. [Zh. Eksp. Teor. Fiz.53,654(1967)].
- [32] L. D. Landau and I. Pomeranchuk. Limits of applicability of the theory of bremsstrahlung electrons and pair production at high-energies. *Dokl. Akad. Nauk Ser. Fiz.*, 92:535–536, 1953.
- [33] A. B. Migdal. Bremsstrahlung and pair production in condensed media at high energies. *Phys. Rev.*, 103:1811–1820, Sep 1956. doi: 10.1103/PhysRev.103.1811. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.103.1811>.
- [34] RJ Glauber et al. Lectures in theoretical physics. *Interscience, New*

- York*, pages 1 – 315, 1959. ed. WE Britin and LG Dunham.
- [35] E. Nagy et al. Measurements of Elastic Proton Proton Scattering at Large Momentum Transfer at the CERN Intersecting Storage Rings. *Nucl. Phys.*, B150:221–267, 1979. doi: 10.1016/0550-3213(79)90301-8.
 - [36] M. Bozzo et al. Low momentum transfer elastic scattering at the cern proton-antiproton collider. *Physics Letters B*, 147(4):385 – 391, 1984. ISSN 0370-2693. doi: [https://doi.org/10.1016/0370-2693\(84\)90138-2](https://doi.org/10.1016/0370-2693(84)90138-2). URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0370269384901382>.
 - [37] W. Faissler, M. Gettner, J. R. Johnson, T. Kephart, E. Pothier, D. Potter, M. Tautz, S. Conetti, C. Hojvat, D. G. Ryan, K. Shahbazian, D. G. Stairs, J. Trischuk, P. Baranov, J. L. Hartmann, J. Orear, S. Rusakov, and J. Vrieslander. Large-angle proton-proton elastic scattering at 201 and 400 gev/c. *Phys. Rev. D*, 23:33–42, Jan 1981. doi: 10.1103/PhysRevD.23.33. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.23.33>.
 - [38] N.A. Amos, C. Avila, W.F. Baker, M. Bertani, M.M. Block, D.A. Dimitroyannis, D.P. Eartly, R.W. Ellsworth, G. Giacomelli, B. Gomez, J.A. Goodman, C.M. Guss, A.J. Lennox, M.R. Mondardini, J.P. Negret, J. Orear, S.M. Pruss, R. Rubinstein, S. Sadr, S. Shukla, I. Veronesi, and S. Zucchelli. Antiproton—proton elastic scattering at $s=1.8$ tev from $-t- = 0.034$ to 0.65 (gev/c) 2 . *Physics Letters B*, 247(1):127 – 130, 1990. ISSN 0370-2693. doi: [https://doi.org/10.1016/0370-2693\(90\)91060-O](https://doi.org/10.1016/0370-2693(90)91060-O). URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0370269390910600>.
 - [39] Morad Aaboud et al. Measurement of the total cross section from elastic scattering in pp collisions at $\sqrt{s}=8$ TeV with the ATLAS detector. *Phys. Lett.*, B761:158–178, 2016. doi: 10.1016/j.physletb.2016.08.020.
 - [40] T. T. Chou and C. N. Yang. Model of elastic high-energy scattering. *Phys. Rev.*, 170:1591–1596, Jun 1968. doi: 10.1103/PhysRev.170.1591.
 - [41] A. F. Martini and M. J. Menon. Multiple diffraction model for proton-proton elastic scattering and total cross section extrapolations to cosmic-ray energies. *Phys. Rev. D*, 56:4338–4349, Oct 1997. doi: 10.1103/PhysRevD.56.4338.
 - [42] J. Dias De Deus. Geometric scaling, multiplicity distributions and cross sections. *Nuclear Physics B*, 59(1):231 – 236, 1973. ISSN 0550-3213. doi: [https://doi.org/10.1016/0550-3213\(73\)90485-9](https://doi.org/10.1016/0550-3213(73)90485-9). URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0550321373904859>.

- [43] T Wibig and D Sobczynska. Proton-nucleus cross section at high energies. *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics*, 24(11):2037, 1998. URL <http://stacks.iop.org/0954-3899/24/i=11/a=006>.
- [44] Tadeusz Wibig. Elastic scattering at 7 TeV and high energy cross section for cosmic ray studies. *J. Phys.*, G39:085003, 2012. doi: 10.1088/0954-3899/39/8/085003.
- [45] M.M. Islam, R.J. Luddy, and A.V. Prokudin. pp elastic scattering at lh in near forward direction. *Physics Letters B*, 605(1):115 – 122, 2005. ISSN 0370-2693. doi: <https://doi.org/10.1016/j.physletb.2004.11.006>. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0370269304015485>.
- [46] Zbigniew Plebaniak and Tadeusz Wibig. Elastic scattering in geometrical model. *Physics Letters B*, 761:469 – 474, 2016. ISSN 0370-2693. doi: <https://doi.org/10.1016/j.physletb.2016.08.064>. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0370269316304919>.
- [47] C. W. Akerlof, R. Kotthaus, R. L. Loveless, D. I. Meyer, I. Ambats, W. T. Meyer, C. E. W. Ward, D. P. Eartly, R. A. Lundy, S. M. Pruss, D. D. Yovanovitch, and D. R. Rust. Hadron-proton elastic scattering at 50, 100, and 200 gev/c momentum. *Phys. Rev. D*, 14:2864–2877, Dec 1976. doi: 10.1103/PhysRevD.14.2864. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.14.2864>.
- [48] M. Bozzo et al. Elastic scattering at the cern sps collider up to a four-momentum transfer of 1.55 gev². *Physics Letters B*, 155(3):197 – 202, 1985. ISSN 0370-2693. doi: [https://doi.org/10.1016/0370-2693\(85\)90985-2](https://doi.org/10.1016/0370-2693(85)90985-2). URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0370269385909852>.
- [49] R. Battiston, M. Bozzo, P.L. Braccini, F. Carbonara, R. Carrara, R. Castaldi, F. Cervelli, G. Chiefari, E. Drago, M. Haguenaue, B. Koene, G. Matthiae, L. Merola, M. Napolitano, V. Palladino, G. Sanguinetti, G. Sciacca, G. Sette, R. van Swol, J. Timmermans, C. Vannini, J. Velasco, and F. Visco. Proton-antiproton elastic scattering at four-momentum transfer up to 0.5 gev² at the cern sps collider. *Physics Letters B*, 127(6):472 – 475, 1983. ISSN 0370-2693. doi: [https://doi.org/10.1016/0370-2693\(83\)90296-4](https://doi.org/10.1016/0370-2693(83)90296-4). URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0370269383902964>.
- [50] G. Antchev et al. Measurement of proton-proton elastic scattering and total cross-section at $S^{*}(1/2) = 7\text{-TeV}$. *EPL*, 101(2):21002, 2013. doi: 10.1209/0295-5075/101/21002.

- [51] G. Antchev et al. Proton-proton elastic scattering at the LHC energy of $\sqrt{s} = 7$ -TeV. *EPL*, 95(4):41001, 2011. doi: 10.1209/0295-5075/95/41001.
- [52] Rene Brun and Fons Rademakers. Root — an object oriented data analysis framework. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 389(1):81 – 86, 1997. ISSN 0168-9002. doi: [https://doi.org/10.1016/S0168-9002\(97\)00048-X](https://doi.org/10.1016/S0168-9002(97)00048-X). URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S016890029700048X>. New Computing Techniques in Physics Research V.
- [53] R. Henzi and P. Valin. Towards a blacker, edgier and larger proton. *Physics Letters B*, 132(4):443 – 448, 1983. ISSN 0370-2693. doi: [https://doi.org/10.1016/0370-2693\(83\)90344-1](https://doi.org/10.1016/0370-2693(83)90344-1). URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0370269383903441>.
- [54] F. Nemes, T. Csörgő, and M. Csanád. Excitation function of elastic pp scattering from a unitarily extended Bialas–Bzdak model. *Int. J. Mod. Phys.*, A30(14):1550076, 2015. doi: 10.1142/S0217751X15500761.
- [55] G. Antchev et al. First determination of the ρ parameter at $\sqrt{s} = 13$ TeV – probing the existence of a colourless three-gluon bound state. *Submitted to: Phys. Rev.*, 2017.
- [56] L. Łukaszuk and B. Nicolescu. A possible interpretation of pp rising total cross-sections. *Lettere al Nuovo Cimento (1971-1985)*, 8(7): 405–413, Oct 1973. ISSN 1827-613X. doi: 10.1007/BF02824484. URL <https://doi.org/10.1007/BF02824484>.
- [57] V.A. Khoze, A.D. Martin, and M.G. Ryskin. Elastic and diffractive scattering at the LHC. *Physics Letters B*, 784:192 – 198, 2018. ISSN 0370-2693. doi: <https://doi.org/10.1016/j.physletb.2018.07.054>. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0370269318305926>.
- [58] V.A. Khoze, A.D. Martin, and M.G. Ryskin. Black disk, maximal odderon and unitarity. *Physics Letters B*, 780:352 – 356, 2018. ISSN 0370-2693. doi: <https://doi.org/10.1016/j.physletb.2018.03.025>. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0370269318302144>.
- [59] Marcel Froissart. Asymptotic behavior and subtractions in the Mandelstam representation. *Phys. Rev.*, 123: 1053–1057, Aug 1961. doi: 10.1103/PhysRev.123.1053. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.123.1053>.
- [60] L. Łukaszuk and A. Martin. Absolute upper bounds for $\pi\pi$ scattering. *Il Nuovo Cimento A (1965-1970)*, 52(1):122–145,

- Nov 1967. ISSN 1826-9869. doi: 10.1007/BF02739279. URL <https://doi.org/10.1007/BF02739279>.
- [61] A. Martin. Extension of the axiomatic analyticity domain of scattering amplitudes by unitarity-i. *Il Nuovo Cimento A (1965-1970)*, 42(4): 930–953, Apr 1966. ISSN 1826-9869. doi: 10.1007/BF02720568. URL <https://doi.org/10.1007/BF02720568>.
- [62] André Martin and S. M. Roy. Froissart bound on inelastic cross section without unknown constants. *Phys. Rev. D*, 91: 076006, Apr 2015. doi: 10.1103/PhysRevD.91.076006. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.91.076006>.
- [63] Anatoly Dymarsky. Can froissart bound explain hadron cross-sections at high energies? *Journal of High Energy Physics*, 2015(7):106, Jul 2015. ISSN 1029-8479. doi: 10.1007/JHEP07(2015)106. URL [https://doi.org/10.1007/JHEP07\(2015\)106](https://doi.org/10.1007/JHEP07(2015)106).
- [64] K. A. Olive et al. Review of Particle Physics. *Chin. Phys.*, C38:090001, 2014. doi: 10.1088/1674-1137/38/9/090001.
- [65] L. A. Fajardo, R. Majka, J. N. Marx, P. Némethy, L. Rosselet, J. Sandweiss, A. Schiz, A. J. Slaughter, C. Ankenbrandt, M. Atac, R. Brown, S. Ecklund, P. J. Gollon, J. Lach, J. MacLachlan, A. Roberts, and G. Shen. Real part of the forward elastic nuclear amplitude for pp, $\bar{p}p$, π^+p , π^-p , K^+p , and K^-p scattering between 70 and 200 gev/c. *Phys. Rev. D*, 24:46–65, Jul 1981. doi: 10.1103/PhysRevD.24.46. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.24.46>.
- [66] U. Amaldi, G. Cocconi, A.N. Diddens, R.W. Dobinson, J. Dorenbosch, W. Duinker, D. Gustavson, J. Meyer, K. Potter, A.M. Wetherell, A. Baroncelli, and C. Bosio. The real part of the forward proton proton scattering amplitude measured at the cern intersecting storage rings. *Physics Letters B*, 66(4):390 – 394, 1977. ISSN 0370-2693. doi: [https://doi.org/10.1016/0370-2693\(77\)90022-3](https://doi.org/10.1016/0370-2693(77)90022-3). URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0370269377900223>.
- [67] C. Augier, D. Bernard, J. Bourotte, M. Bozzo, A. Bueno, R. Cases, F. Djama, M. Haguenaue, V. Kunderát, M. Lokajíček, G. Matthiae, A. Morelli, F. Natali, S. Němeček, M. Novák, E. Sanchis, G. Sette, M. Smižanská, and J. Velasco. A precise measurement of the real part of the elastic scattering amplitude at the $s\bar{p}p$ s. *Physics Letters B*, 316(2):448 – 454, 1993. ISSN 0370-2693. doi: [https://doi.org/10.1016/0370-2693\(93\)90350-Q](https://doi.org/10.1016/0370-2693(93)90350-Q). URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/037026939390350Q>.

- [68] N. A. Amos, C. Avila, W. F. Baker, M. Bertani, M. M. Block, D. A. Dimitroyannis, D. P. Eartly, R. W. Ellsworth, G. Giacomelli, B. Gomez, J. A. Goodman, C. M. Guss, A. J. Lennox, M. R. Mondardini, J. P. Negret, J. Orear, S. M. Pruss, R. Rubinstein, S. Sadr, J. C. Sanabria, S. Shukla, M. Spagnoli, I. Veronesi, and S. Zucchelli. Measurement of ρ , the ratio of the real to the imaginary part of the $\bar{p}p$ forward elastic-scattering amplitude, at $\sqrt{s}=1.8$ tev. *Phys. Rev. Lett.*, 68:2433–2436, Apr 1992. doi: 10.1103/PhysRevLett.68.2433. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.68.2433>.
- [69] C Avila, W.F Baker, R DeSalvo, D.P Eartly, C Guss, H Jostlein, M.R Mondardini, J Orear, S.M Pruss, R Rubinstein, S Shukla, and F Turkot. The ratio, ρ , of the real to the imaginary part of the $\bar{p}p$ forward elastic scattering amplitude at $\sqrt{s}=1.8$ tev. *Physics Letters B*, 537(1):41 – 44, 2002. ISSN 0370-2693. doi: [https://doi.org/10.1016/S0370-2693\(02\)01908-1](https://doi.org/10.1016/S0370-2693(02)01908-1). URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0370269302019081>.
- [70] G. Antchev et al. Luminosity-independent measurements of total, elastic and inelastic cross-sections at $\sqrt{s} = 7$ TeV. *Europhys. Lett.*, 101: 21004, 2013. doi: 10.1209/0295-5075/101/21004.
- [71] G. Antchev et al. Measurement of elastic pp scattering at $\sqrt{s} = 8$ TeV in the Coulomb–nuclear interference region: determination of the ρ -parameter and the total cross-section. *Eur. Phys. J.*, C76(12):661, 2016. doi: 10.1140/epjc/s10052-016-4399-8.
- [72] U. Amaldi and K.R. Schubert. Impact parameter interpretation of proton-proton scattering from a critical review of all isr data. *Nuclear Physics B*, 166(2):301 – 320, 1980. ISSN 0550-3213. doi: [https://doi.org/10.1016/0550-3213\(80\)90229-1](https://doi.org/10.1016/0550-3213(80)90229-1). URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0550321380902291>.
- [73] M. Bozzo, P.L. Braccini, F. Carbonara, R. Castaldi, F. Cervelli, G. Chiefari, E. Drago, M. Haguenaue, V. Innocente, B. Koene, S. Lanzano, G. Matthiae, L. Merola, M. Napolitano, V. Palladino, G. Sanguinetti, S. Scapellato, G. Sciacca, G. Sette, R. van Swol, J. Timmermans, C. Vannini, J. Velasco, P.G. Verdini, and F. Visco. Measurement of the proton-antiproton total and elastic cross sections at the cern sps collider. *Physics Letters B*, 147(4):392 – 398, 1984. ISSN 0370-2693. doi: [https://doi.org/10.1016/0370-2693\(84\)90139-4](https://doi.org/10.1016/0370-2693(84)90139-4). URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0370269384901394>.
- [74] G. Antchev et al. First measurement of elastic, inelastic and total

- cross-section at $\sqrt{s} = 13$ TeV by TOTEM and overview of cross-section data at LHC energies. 2017.
- [75] G. Antchev et al. Luminosity-independent measurement of the proton-proton total cross section at $\sqrt{s} = 8$ TeV. *Phys. Rev. Lett.*, 111:012001, Jul 2013. doi: 10.1103/PhysRevLett.111.012001.
- [76] UA5 Collaboration, G. J. Alner, R. E. Ansorge, B. Åsman, C. N. Booth, L. Burow, P. Carlson, C. DeClercq, R. S. DeWolf, A. Drees, B. Eckart, G. Ekspong, I. Evangelou, A. Eyring, J. P. Fabre, L. Fröbel, C. Fuglesang, J. Gaudaen, C. Geich-Gimbel, B. Holl, G. von Holtey, R. Hospes, K. Jon-And, Th. Kokott, F. Lotse, N. Manthos, R. Meinke, D. J. Munday, J. E. V. Ovens, W. Pelzer, J. J. Reidy, J. G. Rushbrooke, H. Schmickler, F. Triantis, L. Van hamme, Ch. Walck, C. P. Ward, D. R. Ward, C. J. S. Webber, T. O. White, G. Wilquet, and N. Yamdagni. Antiproton-proton cross sections at 200 and 900 gev c.m. energy. *Zeitschrift für Physik C Particles and Fields*, 32(2): 153–161, Jun 1986. ISSN 1431-5858. doi: 10.1007/BF01552491. URL <https://doi.org/10.1007/BF01552491>.
- [77] F. Abe et al. Measurement of the antiproton-proton total cross section at $\sqrt{s} = 546$ and 1800 gev. *Phys. Rev. D*, 50: 5550–5561, Nov 1994. doi: 10.1103/PhysRevD.50.5550. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.50.5550>.
- [78] D A Fagundes, M J Menon, and P V R G Silva. On the rise of proton-proton cross-sections at high energies. *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics*, 40(6):065005, 2013. URL <http://stacks.iop.org/0954-3899/40/i=6/a=065005>.
- [79] C. Bourrely, J. M. Myers, J. Soffer, and T. T. Wu. High-energy asymptotic behavior of the bourrely-soffer-wu model for elastic scattering. *Phys. Rev. D*, 85:096009, May 2012. doi: 10.1103/PhysRevD.85.096009.
- [80] Petrov, V.A. and Prokudin, A.V. The first three pomerons... *Eur. Phys. J. C*, 23(1):135–143, 2002. doi: 10.1007/s100520100838. URL <http://dx.doi.org/10.1007/s100520100838>.
- [81] Martin M. Block and Francis Halzen. Forward hadronic scattering at 7 TeV: Predictions for the LHC: An Update. *Phys. Rev.*, D83:077901, 2011. doi: 10.1103/PhysRevD.83.077901.
- [82] M. M. ISLAM, R. J. LUDDY, and A. V. PROKUDIN. pp elastic scattering at LHC and nucleon structure. *Modern Physics Letters A*, 18(11):743–752, 2003. doi: 10.1142/S0217732303009897.
- [83] L. L. Jenkovszky, A. I. Lengyel, and D. I. Lontkovskyi. The Po-

- meron and Odderon in elastic, inelastic and total cross sections at the LHC. *Int. J. Mod. Phys.*, A26:4755–4771, 2011. doi: 10.1142/S0217751X11054760.
- [84] M. M. Block. Ultrahigh energy predictions of proton-air cross sections from accelerator data: An update. *Phys. Rev. D*, 84: 091501, Nov 2011. doi: 10.1103/PhysRevD.84.091501. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.84.091501>.
- [85] C. Patrignani et al. Review of Particle Physics. *Chin. Phys.*, C40(10): 100001, 2016. doi: 10.1088/1674-1137/40/10/100001.
- [86] R. M. Baltrusaitis, G. L. Cassiday, J. W. Elbert, P. R. Gerhardy, S. Ko, E. C. Loh, Y. Mizumoto, P. Sokolsky, and D. Steck. Total proton-proton cross section at $s^{\frac{1}{2}} = 30$ tev. *Phys. Rev. Lett.*, 52: 1380–1383, Apr 1984. doi: 10.1103/PhysRevLett.52.1380.
- [87] P. Abreu et al. Measurement of the proton-air cross section at $\sqrt{s}=57$ TeV with the pierre auger observatory. *Phys. Rev. Lett.*, 109: 062002, Aug 2012. doi: 10.1103/PhysRevLett.109.062002.
- [88] R. U. Abbasi et al. Measurement of the proton-air cross section with Telescope Array’s Middle Drum detector and surface array in hybrid mode. *Phys. Rev.*, D92(3):032007, 2015. doi: 10.1103/PhysRevD.92.032007.
- [89] S. W. MacDowell and A. Martin. Unitarity bounds of the scattering amplitude and the diffraction peak. *Phys. Rev.*, 135: B960–B962, Aug 1964. doi: 10.1103/PhysRev.135.B960. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.135.B960>.
- [90] A. Breakstone et al. A measurement of $\bar{p}p$ and pp elastic scattering at isr energies. *Nuclear Physics B*, 248(2):253 – 260, 1984. ISSN 0550-3213. doi: [https://doi.org/10.1016/0550-3213\(84\)90595-9](https://doi.org/10.1016/0550-3213(84)90595-9). URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0550321384905959>.
- [91] L. Baksay, L. Baum, A. Böhm, A. Derevshikov, G. de Zorzi, H.J. Giesen, H. Hilscher, J. Layter, P. McIntyre, F. Muller, B. Naroska, D. Reeder, L. Rossi, C. Rubbia, H. Rykaczewski, D. Schinzel, G. Sette, A. Staude, P. Strolin, G.J. Tarnopolsky, V.L. Telegdi, G.H. Trilling, and R. Voss. Measurements of the proton-proton total cross section and small angle elastic scattering at isr energies. *Nuclear Physics B*, 141(1):1 – 28, 1978. ISSN 0550-3213. doi: [https://doi.org/10.1016/0550-3213\(78\)90331-0](https://doi.org/10.1016/0550-3213(78)90331-0). URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0550321378903310>.
- [92] M. Ambrosio, G. Anzivino, G. Barbarino, G. Carboni, V. Cava-

- sinni, T. Del Prete, P.D. Grannis, D. Lloyd Owen, M. Morganti, G. Paternoster, S. Patricelli, and M. Valdata-Nappi. Measurement of elastic scattering in antiproton-proton collisions at 52.8 gev centre-of-mass energy. *Physics Letters B*, 115(6):495 – 502, 1982. ISSN 0370-2693. doi: [https://doi.org/10.1016/0370-2693\(82\)90400-2](https://doi.org/10.1016/0370-2693(82)90400-2). URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0370269382904002>.
- [93] S Bültmann, I.H Chiang, R.E Chrien, A Drees, R.L Gill, W Guryn, D Lynn, C Pearson, P Pile, A Rusek, M Sakitt, S Tepikian, J Chwastowski, B Pawlik, M Haguenauer, A.A Bogdanov, S.B Nurushev, M.F Runtzo, M.N Strikhanov, I.G Alekseev, V.P Kanavets, L.I Koroleva, B.V Morozov, D.N Svirida, M Rijssenbeek, C Tang, S Yeung, K De, N Guler, J Li, N Öztürk, and A Sandacz. First measurement of proton-proton elastic scattering at rhic. *Physics Letters B*, 579(3):245 – 250, 2004. ISSN 0370-2693. doi: <https://doi.org/10.1016/j.physletb.2003.11.023>. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0370269303017465>.
- [94] G. Arnison et al. Elastic and total cross-section measurement at the CERN proton-antiproton collider. *Phys. Lett.*, 128B:336, 1983. doi: 10.1016/0370-2693(83)90271-X. [15(1983)].
- [95] G. Arnison et al. Small Angle Elastic Scattering at the CERN Proton Anti-proton Collider. *Phys. Lett.*, 121B:77–82, 1983. doi: 10.1016/0370-2693(83)90206-X.
- [96] F. Abe et al. Measurement of small angle antiproton-proton elastic scattering at $\sqrt{s} = 546$ and 1800 gev. *Phys. Rev. D*, 50: 5518–5534, Nov 1994. doi: 10.1103/PhysRevD.50.5518. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.50.5518>.
- [97] Norman A. Amos et al. $\bar{p}p$ elastic scattering at $\sqrt{s} = 1020$ -GeV. *Nuovo Cim.*, A106:123–132, 1993. doi: 10.1007/BF02771512.
- [98] Norman A. Amos et al. $\bar{p}p$ elastic scattering at $\sqrt{s} = 1.8$ TeV from $|t| = 0.034 - \text{GeV}/c^2$ to $0.65 - \text{GeV}/c^2$. *Phys. Lett.*, B247:127–130, 1990. doi: 10.1016/0370-2693(90)91060-O.
- [99] Norman A. Amos et al. Measurement of the $\bar{p}p$ Total Cross-Section at $\sqrt{s} = 1.8$ -TeV. *Phys. Rev. Lett.*, 63:2784, 1989. doi: 10.1103/PhysRevLett.63.2784.
- [100] Norman A. Amos et al. Measurement of b , the Nuclear Slope Parameter of the $\bar{p}p$ Elastic Scattering Distribution at $\sqrt{s} = 1800$ -GeV. *Phys. Rev. Lett.*, 61:525, 1988. doi: 10.1103/PhysRevLett.61.525.
- [101] G. Aad et al. Measurement of the total cross section from ela-

- stic scattering in pp collisions at $\sqrt{s} = 7$ tev with the atlas detector. *Nuclear Physics B*, 889:486 – 548, 2014. ISSN 0550-3213. doi: <https://doi.org/10.1016/j.nuclphysb.2014.10.019>. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0550321314003253>.
- [102] M. Aaboud et al. Measurement of the total cross section from elastic scattering in pp collisions at $\sqrt{s} = 8$ tev with the atlas detector. *Physics Letters B*, 761:158 – 178, 2016. ISSN 0370-2693. doi: <https://doi.org/10.1016/j.physletb.2016.08.020>. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0370269316304403>.
- [103] G. J. Alner et al. Antiproton-proton cross sections at 200 and 900 GeV c.m. energy. *Z. Phys.*, C32:153–161, 1986. doi: 10.1007/BF01552491.
- [104] C. Avila et al. A measurement of the proton-antiproton total cross-section at $\sqrt{s} = 1.8$ -tev. *Phys. Lett.*, B445:419–422, 1999. doi: 10.1016/S0370-2693(98)01421-X.
- [105] A. Białas, M. Bleszyński, and W. Czyż. Multiplicity distributions in nucleus-nucleus collisions at high energies. *Nuclear Physics B*, 111(3):461 – 476, 1976. ISSN 0550-3213. doi: [https://doi.org/10.1016/0550-3213\(76\)90329-1](https://doi.org/10.1016/0550-3213(76)90329-1). URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0550321376903291>.
- [106] A. Bialas, W. Czyz, and W. Furmanski. Particle Production in Hadron-Nucleus Collisions and the Quark Model. *Acta Phys. Polon.*, B8:585, 1977.
- [107] V.V. Anisovich, Yu.M. Shabelsky, and V.M. Shekhter. Yields of projectile fragments in hadron-nucleus interactions and the quark structure of hadrons. *Nuclear Physics B*, 133(3):477 – 489, 1978. ISSN 0550-3213. doi: [https://doi.org/10.1016/0550-3213\(78\)90237-7](https://doi.org/10.1016/0550-3213(78)90237-7). URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0550321378902377>.
- [108] Roger D. Woods and David S. Saxon. Diffuse surface optical model for nucleon-nuclei scattering. *Phys. Rev.*, 95: 577–578, Jul 1954. doi: 10.1103/PhysRev.95.577. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.95.577>.
- [109] Linkai Ding and Evert Stenlund. A monte carlo program for nuclear collision geometry. *Computer Physics Communications*, 59(2):313 – 318, 1990. ISSN 0010-4655. doi: [https://doi.org/10.1016/0010-4655\(90\)90180-9](https://doi.org/10.1016/0010-4655(90)90180-9). URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0010465590901809>.
- [110] H. De Vries, C.W. De Jager, and C. De Vries. Nuclear charge-density-distribution parameters from elastic electron scattering.

- Atomic Data and Nuclear Data Tables*, 36(3):495 – 536, 1987. ISSN 0092-640X. doi: [https://doi.org/10.1016/0092-640X\(87\)90013-1](https://doi.org/10.1016/0092-640X(87)90013-1). URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0092640X87900131>.
- [111] J. Engel, T. K. Gaisser, Paolo Lipari, and Todor Stanev. Nucleus-nucleus collisions and interpretation of cosmic-ray cascades. *Phys. Rev. D*, 46:5013–5025, Dec 1992. doi: 10.1103/PhysRevD.46.5013. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.46.5013>.
- [112] Michael L. Miller, Klaus Reygers, Stephen J. Sanders, and Peter Steinberg. Glauber modeling in high energy nuclear collisions. *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.*, 57:205–243, 2007. doi: 10.1146/annurev.nucl.57.090506.123020.
- [113] R. A. Nam, S. I. Nikolsky, V. P. Pavlyuchenko, A. P. Chubenko, and V. I. Yakovlev. Investigation of Nucleon-Nuclei of Air Cross-Section at Energy Greater Than 10-TeV. In *14th International Cosmic Ray Conference (ICRC 1975) Munich, Germany, August 15-29, 1975*, pages 2258–2262, 1975.
- [114] F. Siohan, R. W. Ellsworth, A. S. Ito, J. R. Macfall, R. E. Streitmatter, S. C. Tonwar, and G. B. Yodh. Unaccompanied Hadron Flux at a Depth of 730 g cm^{-2} , $10^2 < E < 10^4 \text{ GeV}$. *J. Phys.*, G4(7):1169–1186, 1978. doi: 10.1088/0305-4616/4/7/021.
- [115] R. M. Baltrusaitis, G. L. Cassiday, J. W. Elbert, P. R. Gerhardy, S. Ko, E. C. Loh, Y. Mizumoto, P. Sokolsky, and D. Steck. Total Proton Proton Cross-Section at $s^{*(1/2)} = 30\text{-TeV}$. *Phys. Rev. Lett.*, 52:1380–1383, 1984. doi: 10.1103/PhysRevLett.52.1380.
- [116] H. H. Mielke, M. Foeller, J. Engler, and J. Knapp. Cosmic ray hadron flux at sea level up to 15-TeV. *J. Phys.*, G20:637–649, 1994. doi: 10.1088/0954-3899/20/4/010.
- [117] M. Honda, M. Nagano, S. Tonwar, K. Kasahara, T. Hara, N. Hayashida, Y. Matsubara, M. Teshima, and S. Yoshida. Inelastic cross-section for p-air collisions from air shower experiment and total cross-section for p p collisions at SSC energy. *Phys. Rev. Lett.*, 70:525–528, 1993. doi: 10.1103/PhysRevLett.70.525.
- [118] S. P. Knurenko, V. R. Sleptsova, I. E. Sleptsov, N. N. Kalmykov, and S. S. Ostapchenko. Longitudinal EAS development at $E(0) = 10^{*18}\text{-eV}$ to $3 \times 10^{*19}\text{-eV}$ and the QGSJET model. In *Proceedings, 26th International Cosmic Ray Conference (ICRC), August 17-25, 1999, Salt Lake City: Invited, Rapporteur, and Highlight Papers*,

- pages 372–375, 1999.
- [119] K. Belov. p-air cross-section measurement at 1018.5 ev. *Nuclear Physics B - Proceedings Supplements*, 151(1):197 – 204, 2006. ISSN 0920-5632. doi: <https://doi.org/10.1016/j.nuclphysbps.2005.07.035>. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0920563205009266>. VERY HIGH ENERGY COSMIC RAY INTERACTIONS.
 - [120] G. Aielli et al. Proton-air cross section measurement with the argo-ybj cosmic ray experiment. *Phys. Rev. D*, 80: 092004, Nov 2009. doi: 10.1103/PhysRevD.80.092004. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.80.092004>.
 - [121] M. Aglietta et al. Measurement of the proton-air inelastic cross section at s sim Te-2V from the EAS-TOP experiment. *Phys. Rev.*, D79: 032004, 2009. doi: 10.1103/PhysRevD.79.032004.
 - [122] R. U. Abbasi et al. Measurement of the proton-air cross section with telescope array’s middle drum detector and surface array in hybrid mode. *Phys. Rev. D*, 92:032007, Aug 2015. doi: 10.1103/PhysRevD.92.032007. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.92.032007>.
 - [123] T. Pierog, Iu. Karpenko, J. M. Katzy, E. Yatsenko, and K. Werner. Epos lhc: Test of collective hadronization with data measured at the cern large hadron collider. *Phys. Rev. C*, 92: 034906, Sep 2015. doi: 10.1103/PhysRevC.92.034906. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.92.034906>.
 - [124] Felix Riehn, Hans P. Dembinski, Ralph Engel, Anatoli Fedynitch, Thomas K. Gaisser, and Todor Stanev. The hadronic interaction model SIBYLL 2.3c and Feynman scaling. *PoS, ICRC2017*:301, 2018. doi: 10.22323/1.301.0301.
 - [125] Eun-Joo Ahn, Ralph Engel, Thomas K. Gaisser, Paolo Lipari, and Todor Stanev. Cosmic ray interaction event generator sibyll 2.1. *Phys. Rev. D*, 80:094003, Nov 2009. doi: 10.1103/PhysRevD.80.094003. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.80.094003>.
 - [126] S. Ostapchenko. Monte carlo treatment of hadronic interactions in enhanced pomeron scheme: Qgsjet-ii model. *Phys. Rev. D*, 83:014018, Jan 2011. doi: 10.1103/PhysRevD.83.014018. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.83.014018>.
 - [127] Johannes Blümer and the Pierre Auger Collaboration. Cosmic rays at the highest energies and the pierre auger observatory. *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics*, 29(5):867, 2003. URL

- <http://stacks.iop.org/0954-3899/29/i=5/a=308>.
- [128] Thomas K. Gaisser, Ralph Engel, and Elisa Resconi. *Cosmic Rays and Particle Physics*. Cambridge University Press, 2 edition, 2016. doi: 10.1017/CBO9781139192194.
- [129] T. K. Gaisser and A. M. Hillas. Reliability of the method of constant intensity cuts for reconstructing the average development of vertical showers. *International Cosmic Ray Conference*, 8:353–357, 1977.
- [130] K Greisen. The extensive air showers. *Progress in cosmic ray physics*, 3(1), 1956.
- [131] T Abu-Zayyad, K Belov, D.J Bird, J Boyer, Z Cao, M Catanese, G.F Chen, R.W Clay, C.E Covault, H.Y Dai, B.R Dawson, J.W Elbert, B.E Fick, L.F Fortson, J.W Fowler, K.G Gibbs, M.A.K Glasmacher, K.D Green, Y Ho, A Huang, C.C Jui, M.J Kidd, D.B Kieda, B.C Knapp, S Ko, C.G Larsen, W Lee, E.C Loh, E.J Mannel, J Matthews, J.N Matthews, B.J Newport, D.F Nitz, R.A Ong, K.M Simpson, J.D Smith, D Sinclair, P Sokolsky, C Song, J.K.K Tang, S.B Thomas, J.C van der Velde, L.R Wiencke, C.R Wilkinson, S Yoshida, and X.Z Zhang. A measurement of the average longitudinal development profile of cosmic ray air showers between 1017 and 1018 ev. *Astroparticle Physics*, 16(1):1 – 11, 2001. ISSN 0927-6505. doi: [https://doi.org/10.1016/S0927-6505\(00\)00170-5](https://doi.org/10.1016/S0927-6505(00)00170-5). URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0927650500001705>.
- [132] H S Fesefeldt. The simulation of hadronic showers: physics and applications. Technical Report PITHA-85-02, Aachen TU 3. Inst. Phys., Aachen, Sep 1985. URL <http://cds.cern.ch/record/162911>.
- [133] R. U. Abbasi et al. Depth of ultra high energy cosmic ray induced air shower maxima measured by the telescope array black rock and long ridge fadc fluorescence detectors and surface array in hybrid mode. *The Astrophysical Journal*, 858(2):76, 2018. URL <http://stacks.iop.org/0004-637X/858/i=2/a=76>.
- [134] R. U. Abbasi et al. Indications of proton-dominated cosmic-ray composition above 1.6 eev. *Phys. Rev. Lett.*, 104:161101, Apr 2010. doi: 10.1103/PhysRevLett.104.161101. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.104.161101>.
- [135] Aab et al. Depth of maximum of air-shower profiles at the pierre auger observatory. i. measurements at energies above $10^{17.8}$ eV. *Phys. Rev. D*, 90:122005, Dec 2014. doi: 10.1103/PhysRevD.90.122005. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.90.122005>.

- [136] S. P. Knurenko and A. Sabourov. The depth of maximum shower development and its fluctuations: cosmic ray mass composition at $e_0 \geq 10^{17}$ ev. *Astrophysics and Space Sciences Transactions*, 7(3):251–255, 2011. doi: 10.5194/astra-7-251-2011. URL <http://www.astrophys-space-sci-trans.net/7/251/2011/>.
- [137] Francesco Feno, A. Santangelo, and D. Naumov. Performances of JEM–EUSO: energy and X_{max} reconstruction. *Exper. Astron.*, 40(1): 183–214, 2015. doi: 10.1007/s10686-014-9427-9.
- [138] I. Kurp. Przekroje czynne w oddziaływaniach jąder wysokich energii. 1998. Praca dyplomowa, magisterska.
- [139] T.A. Armstrong et al. Precision measurements of antiproton-proton forward elastic scattering parameters in the 3.7 to 6.2 gev/c region. *Physics Letters B*, 385(1):479 – 486, 1996. ISSN 0370-2693. doi: [https://doi.org/10.1016/0370-2693\(96\)01026-X](https://doi.org/10.1016/0370-2693(96)01026-X). URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/037026939601026X>.
- [140] D. Bernard, M. Bozzo, P.L. Braccini, F. Carbonara, R. Castaldi, F. Cervelli, G. Chiefari, E. Drago, M. Haguenauer, V. Innocente, P. Kluit, B. Koene, S. Lanzano, G. Matthiae, L. Merola, M. Napolitano, V. Palladino, G. Sanguinetti, P. Scampoli, S. Scapellato, G. Sciacca, G. Sette, R. van Swol, J. Timmermans, C. Vannini, J. Velasco, P.G. Verdini, and F. Visco. Large-t elastic scattering at the cern sps collider at $s = 630$ gev. *Physics Letters B*, 171(1):142 – 144, 1986. ISSN 0370-2693. doi: [https://doi.org/10.1016/0370-2693\(86\)91014-2](https://doi.org/10.1016/0370-2693(86)91014-2). URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0370269386910142>.
- [141] V. M. Abazov et al. Measurement of the differential cross section $d\sigma/dt$ in elastic $p\bar{p}$ scattering at $\sqrt{s}=1.96$ TeV. *Phys. Rev. D*, 86:012009, Jul 2012. doi: 10.1103/PhysRevD.86.012009. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.86.012009>.
- [142] Frank L Pedrotti, Leno M Pedrotti, and Leno S Pedrotti. *Introduction to optics*. Cambridge University Press, 2017.